

Nivel educativo	CUATO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	9
Objetivo de Aprendizaje	Resolución de ecuaciones lineales. Problemas que involucren ecuaciones lineales en diversos contextos. Resolución de inecuaciones lineales. Problemas que involucren inecuaciones lineales en diversos contextos.

## “Inecuaciones”

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=CkVXbU-PNRs>

*Para recordar:*

Llamaremos **Desigualdad** a toda comparación entre expresiones reales mediante alguna de las relaciones de orden vistas ( $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$ ); que sea verdadera para todos los números reales en que tenga sentido.



### Intervalos Reales

Como  $\mathbb{R}$  se asocia biunívocamente con la recta numérica, cada subconjunto continuo de números reales se asocia a un subconjunto continuo de puntos de la recta, es decir, a un **Intervalo Real**, ya sea semirrecta o segmento.

- Acotadas Inferiormente:**

$$[ a, +\infty [ = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a \}$$

$$] a, +\infty [ = \{x \in \mathbb{R} / x > a \}$$
- Acotadas Superiormente:**

$$] -\infty, b ] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b \}$$

$$] -\infty, b [ = \{x \in \mathbb{R} / x < b \}$$

### **Intervalos:**

Son conjuntos continuos acotados por ambos extremos. Les llamaremos Segmentos o Trazos.

- Abiertos:  $] a, b [ = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b \}$
- Cerrados:  $[ a, b ] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b \}$
- Semicerrados:  $[ a, b [ = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b \}$   
 $] a, b ] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b \}$

### **Inecuación:**

Es una comparación por  $<, \leq, >, \geq$  entre expresiones algebraicas que contienen una o más variables incógnitas y que resulta verdadera sólo para algunos valores reales de las variables. Al conjunto de estos valores se le llama **CONJUNTO SOLUCIÓN** de la inecuación.

Resolver la inecuación:

#### **Ejemplo 1:**

$$(x - 2)^2 > (x + 2)(x - 2) + 8$$

**Solución:**

$$(x - 2)^2 > (x + 2)(x - 2) + 8$$

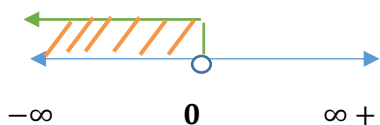
$$\cancel{x^2} - 4x + 4 > \cancel{x^2} - 4 + 8$$

$$-4x > -4 + 8 - 4$$

$$-4x > 0 \quad \cdot (-1)$$

$$4x < 0$$

$$x < 0$$



$$S_1 = ]-\infty, 0 [$$

**Ejemplo 2:**

$$3(x+2)^2 - (x+1)(x-4) \leq 2x(x-3) + 25x - 2$$

**Solución:**

$$3(x+2)^2 - (x+1)(x-4) \leq 2x(x-3) + 25x - 2$$

$$3(x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 4x + x - 4) \leq 2x^2 - 6x + 25x - 2$$

$$3x^2 + 12x + 12 - x^2 + 4x - x + 4 \leq 2x^2 - 6x + 25x - 2$$

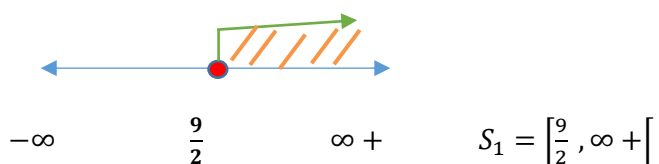
$$3x^2 - x^2 - 2x^2 + 12x + 4x - x + 6x - 25x \leq -2 - 12 - 4$$

$$-4x \leq -18 \quad \backslash \cdot (-1)$$

$$4x \geq 18$$

$$x \geq \frac{18}{4}$$

$$x \geq \frac{9}{2}$$



**Ejemplo 3:**

$$3(x-1) + (x+2)^2 < (x+1)(x-1) + 4$$

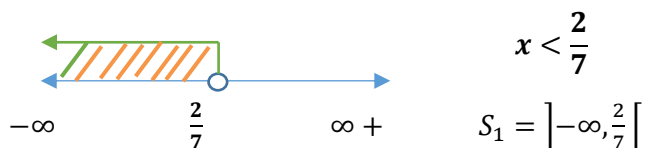
**Solución:**

$$3(x-1) + (x+2)^2 < (x+1)(x-1) + 4$$

$$3x - 3 + x^2 + 4x + 4 < x^2 - 1 + 4$$

$$3x + \cancel{x^2} - \cancel{x^2} + 4x < 3 - 4 - 1 + 4$$

$$7x < 2$$



**A trabajar...**

- $(x+1)^2 < x(x+4)+8$

**R:**  $] -7/2, +\infty[$

- $3-(x-6) \leq 4x-5$

**R:**  $[14/5, +\infty[$

- $\frac{3x-5}{4} - \frac{x-6}{12} < 1$

**R:**  $] -\infty, 21/8[$

## Aplicación de la inecuación

### Ejemplo 1:

Un operario está cargando un pallet con cajas que pesan 45 kilos cada una. El pallet puede soportar de manera segura no más de 900 kilos. ¿Cuántas cajas puede cargar de forma segura en el pallet?

### Respuesta:

$C :=$  número de cajas

$$45 \text{ kilos} \cdot C < 900 \text{ kilos}$$

$$C < \frac{900 \text{ kilos}}{45 \text{ kilos}}$$

$$C < 20$$

**El número de cajas en el pallet no puede superar a las 20.**

### Ejemplo 2:

Una empresa fabrica equipos de ventilación a un costo variable por unidad de \$40.000 y lo vende por \$64.000. Los costos fijos mensuales son de \$7.200.000. **(Recuerde que *Utilidad* = *Ganancia* - *Costo*)**

Determine el número de unidades que debe elaborar y vender al mes para obtener alguna utilidad.

### Respuesta:

$$U = G - (C_f + C_v) \quad p = \text{número de unidades}$$

$$U = 64.000 \cdot p - (7.200.000 + 40.000 \cdot p)$$

$$U = 64.000 \cdot p - 7.200.000 - 40.000 \cdot p$$

$$U = 24.000 \cdot p - 7.200.000$$

$$\text{Para que se genere ganancia } U > 0$$

$$24.000 \cdot p - 7.200.000 > 0$$

$$24.000 \cdot p > 7.200.000$$

$$p > \frac{7.200.000}{24.000}$$

$$p > 300$$

**Respuesta:** Se deben vender más de 300 unidades.

### A trabajar...

- Tenemos dos figuras: un triángulo equilátero de lado  $x$  y un rectángulo de largo  $x$ , de alto igual a 4. Determina para qué valores de  $x$  el perímetro del rectángulo es superior al del triángulo.  
(Ayuda:  $Perímetro_{Rectángulo} > Perímetro_{Triángulo}$ )

### Completa tu ticket de salida

1. La edad actual de una persona es menor que la mitad de la edad que tendrá en 15 años más. ¿Cuál de las siguientes inecuaciones es la traducción del enunciado?

- a)  $x < \frac{1}{2}(x + 15)$
- b)  $x < \frac{1}{2}(x - 15)$
- c)  $x \leq \frac{1}{2}(x + 15)$
- d)  $x \leq \frac{1}{2}(x - 15)$

2. solución de  $4(x^2 + 5) \geq 6 + 4x^2 + 4 + 5x$

- a)  $x \leq 2$
- b)  $x \geq -2$
- c)  $x \geq 2$
- d)  $x \leq -2$

3. El intervalo  $[-8, 0[$  equivale a:
- a)  $-8 < x \leq 0$
  - b)  $-8 < x < 0$
  - c)  $-8 \leq x < 0$
  - d)  $-8 \leq x \leq -0$
4. La solución de la inecuación:  $2(x + 5) > 4(x + 7) + 6$  es:
- a)  $x \leq -12$
  - b)  $] -12, 0[$
  - c)  $x < 12$
  - d)  $x < -12$
5. ¿Cuál de los siguientes intervalos representa el conjunto solución de la inecuación  $2x - 8 < 5x + 4$
- a)  $] -\infty, -4[$
  - b)  $] -4, \infty +[$
  - c)  $[-4, \infty +[$
  - d)  $] -\infty, 4[$

### Solucionario

- 1. a
- 2. a
- 3. c
- 4. b
- 5. a