

Nivel educativo	CUARTO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	8
Objetivo de Aprendizaje	Resolución de ecuaciones lineales. Problemas que involucren ecuaciones lineales en diversos contextos. Resolución de inecuaciones lineales. Problemas que involucren inecuaciones lineales en diversos contextos.

“Ecuaciones”

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=qaDV-011lek>

Para recordar:

Una ecuación es una igualdad que se hace verdadera para ciertos valores de sus incógnitas.

Éste es un tipo particular de ecuaciones que estudiaremos y que llamaremos de 1º grado por que el exponente de la incógnita a lo más es 1 lo que nos lleva a poder escribirla en la forma general

$$ax + b = 0$$

Resolver una ecuación, se entiende por encontrar el valor de su incógnita que hace que la igualdad sea verdadera.

- Si multiplicamos por un número a un lado de la igualdad, tenemos que multiplicar por el mismo número al otro lado de la igualdad.
- Si dividimos por un número a un lado de la igualdad, tenemos que dividir al otro lado de la igualdad por el mismo número.
- $3 = 3$ entonces si multiplicamos por 8 a cada lado de la igualdad tenemos $24 = 24$ ¡se mantiene la igualdad!

Ejemplo 1

Necesitamos el valor de x para que las expresiones $\frac{3x+10}{4}$ y $\frac{2x+7}{5}$ sean iguales.

Para ello, se multiplica a ambos lados por un número adecuado M.C.M. entre los denominadores.

$$M(4) = \{4, 8, 12, 16, 18, 20, 22 \dots\}$$

$$M(5) = \{5, 10, 15, 20 \dots\}$$

Entonces el $MCM(4,5) = 20$

$$\frac{3x+10}{4} = \frac{2x+7}{5} \quad / \cdot 20$$

$$5 \cdot (3x + 10) = 4 \cdot (2x + 7)$$

$$15x + 50 = 8x + 28$$

$$15x - 8x = 28 - 50$$

$$7x = -22$$

$$x = -\frac{22}{7}$$

Ejemplo 2

Resolver: $\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = \frac{x-6}{2}$

Solución:

$$\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = \frac{x-6}{2} \quad /10$$

$$10 \cdot \frac{x}{2} - 10 \cdot \frac{3x}{5} = 10 \cdot \frac{x-6}{2}$$

$$5x - 6x = 5 \cdot (x - 6)$$

$$-x + x = 5x - 30 + x$$

$$0 = 6x - 30 \quad /+30$$

$$0 + 30 = 6x - 30 + 30$$

$$30 = 6x \quad / \cdot \frac{1}{6}$$

$$\frac{30}{6} = \frac{6x}{6}$$

$$5 = x$$

Ejemplo 3

$$\text{Resolver: } \frac{2-x}{4} - \frac{3x+5}{2} = 2 - \frac{2x+1}{10}$$
$$\frac{2-x}{4} - \frac{3x+5}{2} = 2 - \frac{2x+1}{10} \quad / \cdot 20$$

$$5 \cdot (2-x) - 10 \cdot (3x+5) = 2 \cdot 20 - 2 \cdot (2x+1)$$

$$10 - 5x - 30x - 50 = 40 - 4x - 2$$
$$-5x - 30x - 4x = 40 - 2 - 10 + 50$$
$$-39x = 78 \quad / \cdot -1$$

$$39x = -78$$

$$x = \frac{-78}{39}$$
$$x = -2$$

Ejemplo 4

$$\text{Resolver: } 2 \cdot (x^2 - 8x + 16) - (x^2 + 2x + 1) = x^2 - 5$$

Solución:

$$2(x^2 - 8x + 16) - (x^2 + 2x + 1) = x^2 - 5$$

$$2x^2 - 16x + 32 - x^2 - 2x - 1 = x^2 - 5$$

$$(2x^2 - x^2) - (16x + 2x) + (32 - 1) = x^2 - 5$$

$$x^2 - 18x + 31 = x^2 - 5$$

$$-x^2 + x^2 - 18x + 31 = -x^2 + x^2 - 5$$

$$-18x = -5 - 31$$

$$18x = 36 \quad / \cdot 1/18$$

$$x = \frac{36}{18}$$

$$x = 2$$



Ecuaciones fraccionarias

Ejemplo 5

Resolver: $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-1} = 0$

Solución:

$$\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x-1} = 0 \quad / \cdot (x+3)(x-1)$$

$$\frac{3}{x+3} \cdot (x+3)(x-1) - \frac{2}{x-1} \cdot (x+3)(x-1) = 0$$

$$\frac{3}{\cancel{x+3}} \cdot (\cancel{x+3})(x-1) - \frac{2}{\cancel{x-1}} \cdot (x+3)(\cancel{x-1}) = 0$$

$$3(x-1) - 2(x+3) = 0$$

$$3x - 3 - 2x - 6 = 0$$

$$3x - 2x = 3 + 6$$

$x = 9$ Al reemplazar la solución $x = 9$ es pertinente.

Ejemplo 6

Resolver: $\frac{3}{x+3} - \frac{4}{x-3} = \frac{6}{x^2-9}$

Solución:

$$\frac{3}{x+3} - \frac{4}{x-3} = \frac{6}{x^2-9}$$

$$\frac{3}{x+3} - \frac{4}{x-3} = \frac{6}{(x+3)(x-3)} \quad / \cdot (x+3)(x-3)$$

$$\frac{3}{x+3} \cdot (x+3)(x-3) - \frac{4}{x-3} \cdot (x+3)(x-3) = \frac{6}{(x+3)(x-3)} \cdot (x+3)(x-3)$$

$$\frac{3}{\cancel{x+3}} \cdot (\cancel{x+3})(x-3) - \frac{4}{\cancel{x-3}} \cdot (x+3)(\cancel{x-3}) = \frac{6}{(\cancel{x+3})(\cancel{x-3})} \cdot (\cancel{x+3})(\cancel{x-3})$$

$$3(x-3) - 4(x+3) = 6$$

$$3x - 9 - 4x - 12 = 6$$

$$3x - 4x = 6 + 9 + 12$$

$$-x = 27$$

$$x = -27$$

Al reemplazar la solución $x = -27$ es pertinente,

Ejemplo 7

Resolver: $\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}$

Solución:

$$\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{6}{x^2-1}$$

$$\frac{3}{x-1} - \frac{4}{x+1} = \frac{6}{(x+1)(x-1)} \quad / \cdot (x+1)(x-1)$$

$$\frac{3}{x-1} \cdot (x+1)(x-1) - \frac{4}{x+1} \cdot (x+1)(x-1) = \frac{6}{(x+1)(x-1)} \cdot (x+1)(x-1)$$

$$\cancel{\frac{3}{x-1}} \cdot (x+1)\cancel{(x-1)} - \cancel{\frac{4}{x+1}} \cdot \cancel{(x+1)}(x-1) = \frac{6}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}} \cdot \cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}$$

$$3(x+1) - 4(x-1) = 6$$

$$3x+3 - 4x+4 = 6$$

$$3x - 4x = 6 - 3 - 4$$

$$-x = -1$$

$$x = 1$$

Al reemplazar la solución $x = 1$ no es pertinente $S = \emptyset$



Ecuaciones Literales

Ejemplo 8

Resolver: $(mx - n)^2 = m^2x^2 - b^2$

Solución:

$$(mx - n)^2 = m^2x^2 - n^2$$

$$m^2x^2 - 2mnx + b^2 = m^2x^2 - n^2$$

$$\cancel{m^2x^2} - \cancel{m^2x^2} - 2mnx = -n^2 - n^2$$

$$m^2x^2 - m^2x^2 - 2mnx = -n^2 - n^2$$

$$-2mnx = -2n^2 \quad / \cdot -1$$

$$2mnx = 2n^2$$

$$x = \frac{2n^2}{2mn} = \frac{n}{m}$$

A trabajar...

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$1) 18x - (7 - 3x) + (5 - 4x) = -(3x + 7) + (2x - 11)$$

$$2) \frac{x-2}{12} + \frac{x+1}{6} = 6$$

$$3) x - \frac{5x+1}{6} + \frac{x-1}{2} = \frac{3x-1}{4} - \frac{x+5}{3} + \frac{4x-1}{9}$$

$$4) (x+1)^2 - (x-1)^2 = x(2x+1) - 2(x+2)(x+1) + 20$$

$$5) \frac{8x+1}{x-1} + \frac{4-7x}{x+1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} = 0$$

$$6) \frac{6x+13}{15} + \frac{3x+5}{5-25x} = \frac{2x}{5}$$

$$7) x(x+a) = (x-a)^2$$

$$8) a(x-2) + 2x = 6 + a$$

Completa tu ticket de salida

1. El valor de x al resolver la ecuación $5 - \frac{14}{x} = -2$ es:
 - a) $11/2$
 - b) $9/2$
 - c) 2
 - d) $-9/2$
2. El valor de x para que las expresiones $(2x - 1)(2x + 3)$ y $(2x - 3)(2x + 1)$ sean iguales es:
 - a) -2
 - b) -1
 - c) 0
 - d) 1
3. El valor de x en la ecuación $-3 = \frac{2x - 1}{1 - 3x}$ es:
 - a) $2/7$
 - b) $4/7$
 - c) $-2/5$
 - d) 2
4. Al resolver la ecuación $\frac{10 - 5x}{5x} = \frac{2 - 5x}{5x + 10}$ el valor de x es:
 - a) 5
 - b) 10
 - c) 25
 - d) 90
5. El valor de x en la ecuación $\frac{3x - 2}{4} - \frac{1 - x}{3} = 2x + \frac{1}{12}$
 - a) $\frac{-11}{19}$
 - b) -2
 - c) 0
 - d) -1

Solucionario

1. c
2. c
3. a
4. b
5. d