

|                         |  |
|-------------------------|--|
| Nivel educativo         | CUARTO MEDIO   |
| Asignatura              | MATEMÁTICA   |
| N° de Ficha             | 7  |
| Objetivo de Aprendizaje | Concepto de proporción directa e inversa con sus diferentes representaciones.<br>Problemas que involucren proporción directa e inversa en diversos contextos |

## “Proporcionalidad”

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=Dc51oxUW5-s>

### Para recordar:

La razón entre  $p$  y  $q$  se escribe  $p : q$  y se lee “ $p$  es a  $q$ ”.

El valor de la razón es la resultante de efectuar el cociente numérico de los términos de la razón y se escribe  $\frac{p}{q}$ . Este valor puede expresarse como fracción (número racional) o como decimal.

### Ejemplo:

Un médico le da a una persona una receta en donde debe consumir 12 mg de un medicamento. Si la persona pesa 60 Kg. Determine cuántos mg del medicamento consume por cada kilogramo de peso.

### Solución:

$$12 \text{ mg} : 60 \text{ kg} = \frac{12 \text{ mg}}{60 \text{ kg}} = \frac{1 \text{ mg}}{5 \text{ kg}}$$

Por cada 5 Kg de peso una persona consume 1 mg del medicamento.

### PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Se dice que dos valores,  $x$  e  $y$ , varían directamente, cuando al crecer una de ellas la otra crece proporcionalmente, y cuando al decrecer una de ellas la otra decrece en igual proporción. Lo que se escribe como:

$$y = kx \quad \text{o bien} \quad \frac{y}{x} = k$$

#### Ejemplo:

En una solución para un paciente se tiene que por cada 4 ml de la solución se tiene disuelto 100 mg de un medicamento. En cuántos ml se deben disolver 25 mg del medicamento.

#### Solución:

| ml  | mg  |
|-----|-----|
| 4   | 100 |
| $x$ | 25  |

Se tiene que la cantidad de ml y los mg del medicamento están en relación directa, porque a menor cantidad de mg, menor debe ser la cantidad de ml. **Se multiplica cruzado.**

$$\begin{aligned} \frac{4}{x} &= \frac{100}{25} \\ x \cdot 100 &= 4 \cdot 25 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Se necesita 1 ml de la solución para disolver 25 mg del medicamento.

### PROPORCIONALIDAD INDIRECTA

Se dice que dos valores  $x$  e  $y$  varían inversamente, cuando al crecer una de ellas la otra decrece proporcionalmente, y cuando al decrecer una de ellas la otra crece en igual proporción. Esto se puede representar con:

$$x \cdot y = k$$

#### Ejemplo:

Un albergue tiene insumos para poder atender a 220 personas en un tiempo de 45 días. Determine el número de días que podrá atender con la misma cantidad de insumos a 450 personas.

**Solución:**

| Números de Personas | Número de días |
|---------------------|----------------|
| 220                 | 45             |
| 450                 | $x$            |

Se tiene que la cantidad de personas y la cantidad de días están en proporción inversa, porque a mayor cantidad de personas, menor debe ser el número de días para que alcancen los insumos.

**Se multiplica hacia el lado.**

$$220 \cdot 45 = 450 \cdot x$$
$$x = \frac{220 \cdot 45}{450} \quad x = 22$$

Con la misma cantidad de insumos el albergue puede atender a 450 personas en 22 días.

**A Trabajar:**

1. Se sabe que  $p$  personas pueden armar 50 bicicletas en un día, Determina el número de personas que se deben considerar para armar  $x$  bicicletas en un día?
2. Un agricultor planta lechugas en un sitio de 10 m de largo y 4 m de ancho en 5 horas. ¿Cuánto tiempo le llevará plantar lechugas en un sitio de 40 m de largo y 6 m de ancho, trabajando en las mismas condiciones?

3. En una tienda se muestra una tabla incompleta como la adjunta. ¿Cuáles son los valores, en pesos, de  $M$  y  $N$ , respectivamente?

| Artículo | Precio Original (\$) | Descuento 20% (\$) | Precio Final (\$) |
|----------|----------------------|--------------------|-------------------|
| Camiseta | 2.000                | 400                | 1.600             |
| Pantalón | 8.000                |                    | $M$               |
| Chaqueta | $N$                  |                    | 7.200             |

4. El valor de  $y$  es inversamente proporcional al cuadrado de  $x$ , cuando  $y = 16$   $x = 1$ . Si  $x = 8$ , determina el valor de  $y$  para ese caso.
5. Al inicio del invierno del año pasado por precaución se limpió un canal de regadío en 14 días con 120 operarios. Este año se quiere efectuar el mismo trabajo con solo 60 operarios. ¿Cuántos días demorarán en limpiar el canal?
6. Un albergue para mascotas abandonadas, cuenta con un número de 50 animalitos. La alimentación solidaria le alcanza para alimentarlos durante 8 días. Si en la última intervención han rescatado 30 mascotas nuevas, teniendo la misma comida, determine el número de días que pueden alimentar a todo el grupo de animalitos.
7. Si la medida de cada lado de un cuadrado aumenta al doble, ¿qué sucede con su perímetro? ¿Estas variables son directamente proporcionales?
8. Daniela lleva un registro del crecimiento de una planta que le regalaron. En sus anotaciones aparece que la altura de la planta luego de la quinta semana es 4 cm y luego de la décima semana es 8 cm. ¿Qué altura tenía la planta cuando se la regalaron a Daniela?
9. En una corrida una persona avanza 4 metros cada segundo, y demora 500 segundos en completarla. Para la siguiente versión de la corrida se prepara de tal manera que puede avanzar 5 metros en cada segundo. ¿Cuánto demora esta vez en completar el recorrido?

### Completa tu ticket de salida

1. Se sabe que  $a$  es directamente proporcional al número  $\frac{1}{b}$  y cuando  $a$  toma el valor 15, el valor de  $b$  es 4. Si  $a$  toma el valor 6, determina el valor de  $b$ .
  - a) 10
  - b)  $\frac{8}{5}$
  - c)  $\frac{5}{8}$
  - d)  $\frac{1}{10}$
2. En una receta de un postre para 6 personas se necesitan 200 gramos de azúcar. Si se desea preparar dicho postre para  $n$  personas, ¿por cuál número se debe multiplicar  $n$  para obtener cuántos gramos de azúcar se necesitan?
  - a)  $33, \bar{3}$
  - b) 200
  - c) 6
  - d) 1200
3. Tres compañeros de curso compran un número de una lotería que cuesta \$1.000. El primero aporta con \$240 pesos, el segundo con \$360 pesos y el tercero aporta el resto. Si el premio es de \$60.000 y deben repartirlo en forma directamente proporcional al aporte de cada uno. La cantidad de dinero le correspondería al tercero es:
  - a) \$30.000
  - b) \$18.000
  - c) \$24.000
  - d) \$20.000
4. Se tienen 60 bolsas de 2 kg para envasar 120 kilos de porotos. ¿Cuántas bolsas son necesarias si deben contener cada una, 4 kilos de porotos?
  - a) 50 bolsas
  - b) 40 bolsas
  - c) 30 bolsas
  - d) 20 bolsas

5. En cuál de las siguientes tablas, se da una proporcionalidad directa:

a) 

| P | Q |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 5 |
| 3 | 6 |

b) 

| P | Q |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 4 |

c) 

| P | Q |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 6 |
| 3 | 9 |

d) 

| P | Q |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | 3 |
| 3 | 2 |

### Solucionario

1. c
2. d
3. c
4. a
5. c