

Nivel educativo	CUARTO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	22
Objetivo de Aprendizaje	Cuartiles y percentiles de uno o más grupos de datos. Diagrama de cajón para representar distribución de datos. Problemas que involucren medidas de posición en diversos contextos

“Medidas de posición”

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=4yrTaF9qCbo>

Para recordar:

Las medidas de posición nos permiten conocer otros puntos o datos importantes y característicos de los valores del estudio estadístico. Hay otros tipos de medidas de posición que son:

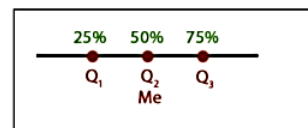
- Cuartiles,
- Quintiles,
- Percentiles
- Deciles

LOS CUARTILES (Q)

Agrupamos los datos en cuartos, es decir, en cuatro partes iguales. De manera que si el total de una cosa (el 100%) lo dividimos en cuatro partes, haremos cuatro separaciones/partes del 25%.

Por todo esto, hay tres cuartiles:

- Q1 o primer cuartil: hace referencia al 25% de los valores del estudio.
- Q2 o segundo cuartil: hace referencia al 50% de los valores del estudio.
- Q3 o tercer cuartil: hace referencia al 75% de los valores del estudio.



Para el cálculo de los cuartiles:

1. Ordenamos los datos de menor a mayor.
2. Buscamos el lugar que ocupa cada cuartil la posición P_k del cuartil k –ésimo– k - la obtenemos mediante la siguiente relación:

$$P_k = \frac{k \cdot n}{4} \quad \text{con } k = 1, 2, 3$$

Una vez encontrado el valor que corresponde a P_k , el primer valor cuya frecuencia absoluta acumulada lo supera es Q_k .

- Cuando el número de elementos del conjunto es par (n es par), el cálculo de los cuartiles considera el promedio los dos valores centrales, esto es, el valor que define el cuartil k –ésimo– y el valor inmediatamente mayor.

Número impar de datos	Número par de datos
2, 5, 3, 6, 7, 4, 9	2, 5, 3, 4, 6, 7, 1, 9
2, 3, 4, 5, 6, 7, 9	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9
↓ ↓ ↓	2.5 4.5 6.5
Q_1 Q_2 Q_3	↓ ↓ ↓
	Q_1 Q_2 Q_3

3. Bajo el primer cuartil se encuentra el 25 % de los datos del conjunto. Bajo el segundo cuartil (mediana) se encuentra el 50 %, y bajo el tercer cuartil se encuentra el 75 % de los datos. Visto de otra forma, decimos que sobre el primer cuartil se encuentra el 75 % de los datos del conjunto, sobre el segundo cuartil se encuentra el 50 % y sobre el tercer cuartil se encuentra el 25 % de los datos.

Ejemplo:

1. Sea el conjunto de números {3, 7, 1, 8, 6, 5, 2, 4}. Calcule el valor de cada cuartil.

Respuesta:

Ordenamos los números de forma creciente: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8

Usamos: $P_k = \frac{k \cdot n}{4}$ para obtener la posición.

$$P_1 = \frac{1 \cdot 8}{4} = 2, \quad P_2 = \frac{2 \cdot 8}{4} = 4, \quad P_3 = \frac{3 \cdot 8}{4} = 6$$

Observe que el conjunto está conformado por un número par de elementos. Si lo dividimos a la mitad se obtienen dos subconjuntos pares.

- El primer cuartil queda definido por el promedio entre los elementos que ocupan la segunda y tercera posición.

$$Q_1 = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$$

- El segundo cuartil queda definido por el promedio entre los elementos que ocupan la cuarta y quinta posición.

$$Q_2 = \frac{4 + 5}{2} = 4,5$$

- El tercer cuartil queda definido por el promedio entre los elementos que ocupan la sexta y séptima posición.

$$Q_3 = \frac{6 + 7}{2} = 6,5$$

2. En un laboratorio de química se ha realizado la toma de temperatura de un radiactivo en 20 ocasiones, registrando las siguientes variaciones de temperaturas: 41°, 50°, 29°, 33°, 40°, 42°, 53°, 35°, 28°, 39°, 37°, 43°, 34°, 31°, 44°, 57°, 32°, 45°, 46°, 48°. Determine los valores de cada cuartil.

Respuesta:

Paso 1: Ordenar los datos de menor a mayor.

28°, 29°, 31°, 32°, 33°, 34°, 35°, 37°, 39°, 40°, 41°, 42°, 43°, 44°, 45°, 46°, 48°, 50°, 53°, 57°.

Paso 2: Ubicar la posición del valor que le corresponde al Q1:

$$P_1 = \frac{1 \cdot 20}{4} = 5 \text{ En la posición quinta se encuentra } 33^\circ, \text{ entonces } Q_1 = 33^\circ$$

$$P_2 = \frac{2 \cdot 20}{4} = 10 \text{ En la posición quinta se encuentra } 33^\circ, \text{ entonces } Q_2 = 40^\circ$$

$$P_3 = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15 \text{ En la posición quinta se encuentra } 33^\circ, \text{ entonces } Q_3 = 45^\circ$$

A trabajar...

1. Sea el conjunto ordenado de números {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Calcule el valor de cada cuartil.

2. Sea el conjunto ordenado de números {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Calcule el valor de cada cuartil.

3. En el colegio hay dos grupos de deportistas: uno conformado exclusivamente por atletas (grupo A) y el otro exclusivamente por futbolistas (grupo F), ambos con la misma cantidad de integrantes. Se sabe que el primer cuartil de estaturas para A y F es 1,58 m y 1,63 m respectivamente, el segundo cuartil para ambos grupos es 1,70 m, y el tercer cuartil para A y F es 1,82 m y 1,75 m respectivamente.

Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- I) Al menos el 75 % de los deportistas del grupo de atletismo mide 1,82 m o menos.
- II) Al menos el 25 % de los deportistas del grupo de futbolistas mide 1,75 m o más.
- III) Se espera que las estaturas de los atletas superen gradualmente las estaturas de los futbolistas.

4. La siguiente tabla muestra las estaturas, en metros, de un grupo de niñas:

Determine los cuartiles.

Estatura (metros)	Número de personas
1,52	2
1,53	4
1,54	4
1,55	7
1,56	3
1,58	6
1,60	4
1,61	4
1,63	2
1,66	3
1,67	3
1,73	2

5. La siguiente tabla muestra el consumo de comida chatarra por un grupo de estudiantes. Determine el valor de cada cuartil.

1	3	1	4	3	1	3
2	4	3	5	1	2	1
1	3	4	1	2	3	1
4	4	3	5	1	4	3
3	5	2	4	1	3	5

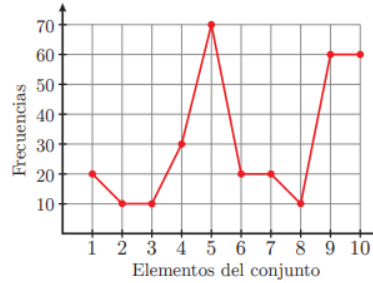
6. Con el objetivo de ganar una beca de subvención escolar, un grupo de estudiantes debe rendir una prueba. Sus puntajes se reflejan en la siguiente tabla:
- Identifica los cuantiles de la distribución.
 - Solo el 20% de mayor rendimiento obtendrán el beneficio, ¿cuántos estudiantes ganaron la beca?
 - Si se realiza un segundo llamado para los que no obtuvieron la beca, pero estaban sobre el 60% de los mejores puntajes, ¿cuántos estudiantes participarán del segundo llamado?

100	125	143	89
56	61	145	150
99	74	67	112
59	93	85	81
117	125	99	100
144	134	146	99

Completa tu ticket de salida

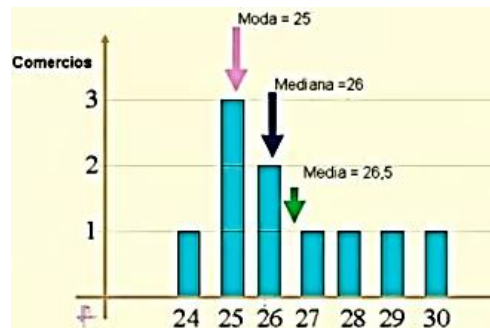
- Los cuantiles de los datos 3; 5; 6; 7; 9; 11; 13; 16; 19 y 21 son respectivamente:
 - 5,5; 8 y 16
 - 5,5; 9 y 14,5
 - 5,5; 9 y 16
 - 5,5; 10 y 14,5
- Los cuantiles C1, C2 y C3 del conjunto {33, 5, 54, 12, 8, 8, 33, 4, 6, 5} son respectivamente:
 - 33, 8 y 5
 - 5, 8 y 33
 - 4, 8 y 54
 - 5, 8 y 22,5

3. Consideremos un conjunto de números enteros de 1 al 10. El siguiente gráfico muestra la distribución de los números. El valor de la suma de los cuartiles de la distribución es:



- a) 20
b) 30
c) 60
d) 75
4. La edad de los participantes de un concurso de talentos oscila entre los 6 y los 55 años. Si los cuartiles de esta población son 18, 34 y 43 años, ¿en qué tramo etario se concentra el 50 % central de los participantes?
- a) Entre los 18 y 34 años
b) Entre los 18 y 43 años
c) Entre los 34 y 43 años
d) Entre los 9 y 16 años
5. El valor del tercer cuartil de acuerdo a la información del gráfico es:

- a) 25
b) 26,5
c) 27,5
d) 28,5



Solucionario

1. b
2. d
3. d
4. b
5. c