Nivel educativo	CUARTO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	16
Objetivo de Aprendizaje	Puntos y vectores en el plano cartesiano. Rotación, traslación y reflexión de figuras geométricas. Problemas que involucren rotación, traslación y reflexión en diversos contextos.

"Movimientos de figuras"

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=XfPEGMgBXiM

Para recordar:

Un vector es un segmento orientado que representa un desplazamiento que puede ser en el plano o en el espacio.
Todo vector, consta de tres elementos: ***dirección, sentido y magnitud*** (módulo o norma). Por lo general los vectores se representan con letras minúsculas: $\vec{v}$ y $\vec{w}$ o indicando el punto de partida y el de llegada.

Módulo: Corresponde al valor numérico de la magnitud vectorial. Longitud de la flecha. Distancia entre los extremos del vector.

Sea el vector $\vec{v} = (a, b)$, el módulo del vector se denota por $||\vec{v}||$ y se puede determinar por:

$$||\vec{v}|| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Dirección: Corresponde a la orientación en el plano o en el espacio de la recta que lo contiene.

Sentido: Indica cual es el origen y cuál es el extremo final de la recta

COORDENADAS DE UN VECTOR EN 2D:

Si tenemos los puntos $A = (a_1, a_2)$ y $B = (b_1, b_2)$, entonces las componentes del vector $\overrightarrow{AB}$ son:

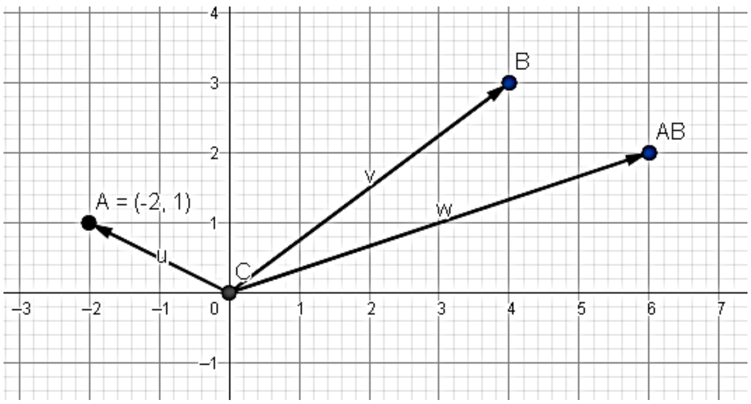
$$\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1,\ b_2 - a_2)$$

Ejemplo:

Dados los vectores $A = (-2,1)$ y $B = (4,3)$, determine el vector $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} = (4 - -2, 3 - 1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (6, 2)$$



A trabajar…

1. Determine las componentes de los siguientes vectores en cada caso, a partir de los puntos $A = (10,4)$ y $B = (8,12)$

El vector Nulo: El vector nulo corresponde a $\vec{0} = (0,0)$ y corresponde a un desplazamiento nulo en cada sentido.

El vector opuesto*:* Sea $\vec{v}$ un vector cualquiera. Entonces el vector opuesto $(-\vec{v})$ corresponde al mismo vector $\vec{v}$, pero con distinto sentido.

$$\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$$

OPERACIONES CON VECTORES:

- ***Adición de vectores:***
  Si $\vec{v} = (a_1, b_1)$ y $\vec{w} = (a_2, b_2)$, se tiene que $\vec{v} + \vec{w} = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$

- ***Sustracción de vectores:***
  Si $\vec{v} = (a_1, b_1)$ y $\vec{w} = (a_2, b_2)$, se tiene que $\vec{v} - \vec{w} = (a_1 - a_2, b_1 - b_2)$

- ***Multiplicación de un escalar por un vector:***

  Si $\vec{v} = (a_1, b_1)$ y α un número, entonces $\alpha \cdot \vec{v} = (\alpha \cdot a_1, \alpha \cdot b_1)$

A trabajar…

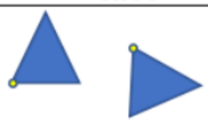
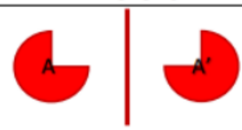
Dados los vectores $\vec{a} = (5, -1), \vec{b} = (-3,4)$ $\vec{c} = (5,3)$. Determina el valor de:

i. $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

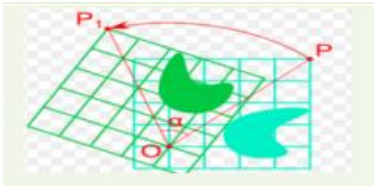
ii. $\vec{a} + 3 \cdot \vec{b} - 2 \cdot \vec{c}$

Transformaciones isométricas

Es lo que permite el movimiento de una figura, cambiando su posición o ubicación, pero, sin cambiar su forma o tamaño. Existen tres tipos de transformaciones isométricas.

Traslación	Rotación	Reflexión
		

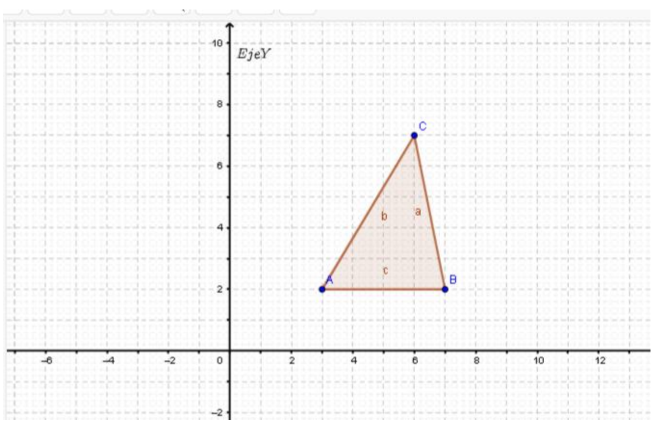
Rotación: Consiste en girar una figura a partir de un punto de rotación y un ángulo determinado.



Rotación	Punto Inicial	R(0, 90º)	R(0, 180º)	R(0, 270º)	R(0, 360º)
Positiva o antihorario	(x, y)	(-y, x)	(-x, -y)	(y, -x)	(x, y)
Rotación	**Punto Inicial**	**R(0, -90º)**	**R(0, -180º)**	**R(0, -270º)**	**R(0, -360º)**
Negativa u horaria	(x, y)	(y, -x)	(-x, -y)	(-y, x)	(x, y)

Ejemplo::

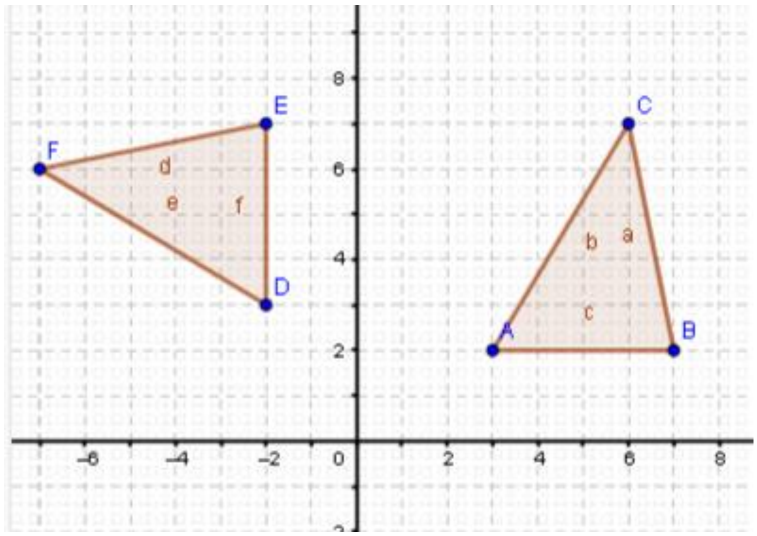
Dado el triángulo ΔOAR lo vamos a rotar en 90° alrededor del punto origen (0,0)



La rotación que se pide es en 90°, entonces:

Grados	*Punto Dado*	*Punto Rotar*
$90°$	(x, y)	$(-y, x)$

- $\boldsymbol{A = (3,2)}$ $\boldsymbol{se\ transforma}$ $\boldsymbol{D = (-2,3)}$
- $\boldsymbol{B = (7,2)}$ $\boldsymbol{se\ transforma}$ $\boldsymbol{E = (-2,7)}$
- $\boldsymbol{C = (6,7)}$ $\boldsymbol{se\ transforma}$ $\boldsymbol{F = (-7,6)}$

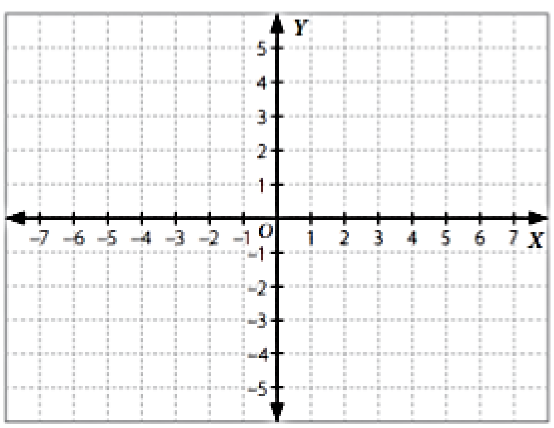


A trabajar…

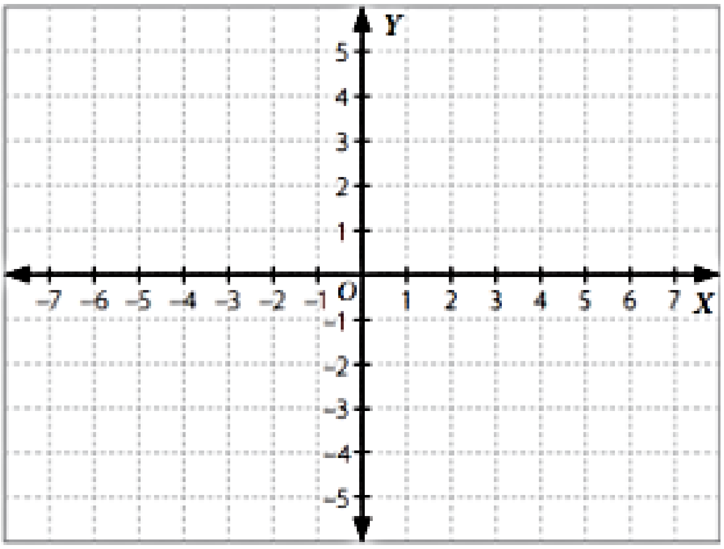
1. *Dados los puntos:*

   $A = (2,2)$ $B = (6,3)$

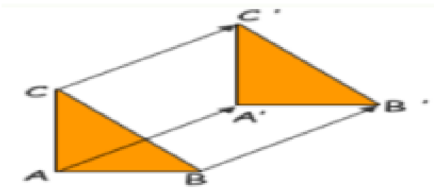
   $C = (3,5)$ *realiza una rotación en 180°*



2. *Dados los puntos* $A = (2,2)$ $B = (6,3)$ $C = (3,5)$ *realiza una rotación en 270°*

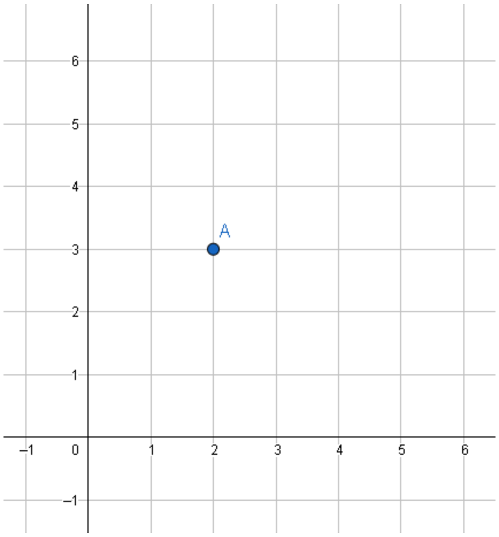


Traslación: Desplazar una figura a partir de un vector, el cual nos señala hacia dónde y cuánto debemos desplazar la figura.

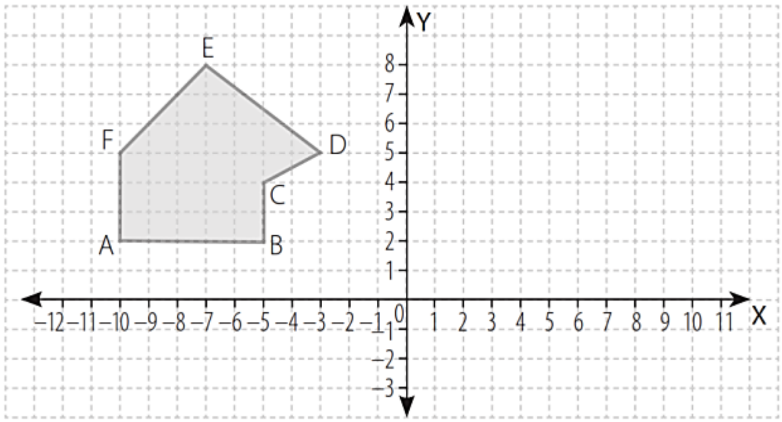


A trabajar…

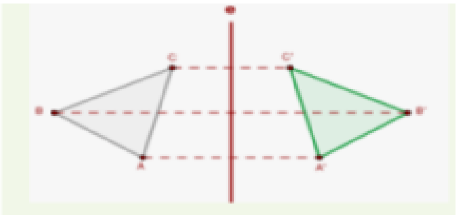
1. *Al tener el punto* $A = (2,3)$ *lo vamos atrasladar según el vector* $\vec{u} = (4, -1)$



2. Vamos a trasladar la figura $ABCDE$ en el vector $\vec{v} = (2,1)$

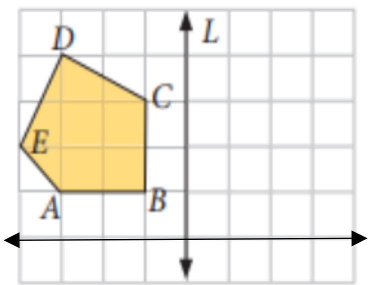


Reflexión: Depende de una recta llamada eje de simetría, consiste en reflejar una figura manteniendo tamaño y distancia con el eje de simetría



Ejemplo:

1. Dibuja y anota las coordenadas de la figura que resulta al realizar la reflexión en torno al eje y o a L.



Completa tu ticket de salida

1. Se forma un segmento con las coordenadas $P = (2,5)$ y $Q = (-4,1)$. Al aplicársele una traslación, el nuevo segmento tiene como coordenada imagen de Q a $Q' = (-6,-6)$, entonces la coordenada imagen de P es:

   a) (-2, --5)
   b) (0, 10)
   c) (-4, 10)
   d) (2, -5)

2. Se efectúa una rotación (+) de 90° al punto (-2, 3), en torno al origen. Las nuevas coordenadas de este punto son:

   a) (2, -3)
   b) (3, -2)
   c) (-3, -2)
   d) (3, 2)

3. Se traslada el segmento AB de coordenadas $A = (3,-5)\ y$ $B = (-1,6)$, hasta el segmento A'B' de coordenadas $\mathrm{A}' = (-1,2)\ y\ \ \mathrm{B}' = (-5,13)$. El vector de traslación es:

   a) (4, 7)
   b) (4, -7)
   c) (-4, -7)
   d) (-4, 7)

4. Si el punto P = (-2, 7) se traslada a P' = (4, -1), según el vector de traslación $(x-1, y+2)$, entonces el valor de $x + y$ es:

   a) -3
   b) -1
   c) 0
   d) 1
   e) 2

5. El triángulo que resulta al rotar, con centro en el origen y ángulo de 180º, el triángulo de vértices: A = (2,3), B = (7,-2) y C = (5,8), tiene coordenadas

    a) A = (2,3), B = (7,-2) y C = (5,8)
    b) A = (-2,-3), B = (-7,2) y C = (-5,-8)
    c) A = (3,2), B = (-2,7) y C = (8,5)
    d) A = (3,-2), B = (-2,-7) y C = (8,-5)

Solucionario

1. **b**
2. **c**
3. **d**
4. **a**
5. **b**