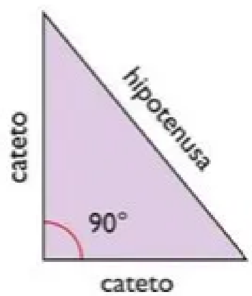
Nivel educativo	TERCERO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	14
Objetivo de Aprendizaje	Problemas que involucren el Teorema de Pitágoras en diversos contextos. Perímetro y áreas de triángulos, paralelogramos, trapecios, círculos, segmentos y sectores circulares. Problemas que involucren perímetro y áreas de triángulos, paralelogramos, trapecios, círculos, segmentos y sectores circulares en diversos contextos

“Aplicación de áreas y perímetros”

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=DBSd0IBsuak

Para recordar:

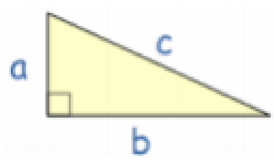
El teorema se cumple en un triángulo rectángulo, y relaciona las medidas de sus lados, asignándole nombres a cada uno.



- Los catetos, que son los lados que forman el ángulo recto.
- La hipotenusa, el lado al frente del ángulo recto.

Qué dice el teorema de Pitágoras…

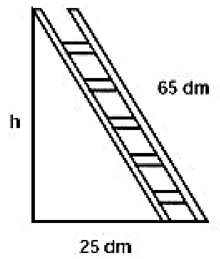
- $\boldsymbol{a, b\ son\ catetos \quad y \quad c\ es\ la\ hipotenusa}$



$$(\boldsymbol{cateto})^2 + (\boldsymbol{cateto})^2 = (\boldsymbol{hipotenusa})^2$$

Ejemplo 1:

Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. La base de la escalera está a 25 dm la pared. Determine a qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared.



Respuesta:

$\boldsymbol{h^2 + 25^2 = 65^2}$

$\boldsymbol{h^2 + 625 = 4.225}$

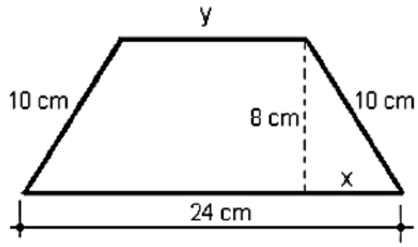
$\boldsymbol{h^2 = 4.225 - 625}$

$\boldsymbol{h^2 = 3.600}$ $\qquad$ $\boldsymbol{h = 60dm}$

Ejemplo 2:

Saber determinar triángulos rectángulos en distintas figuras del plano para calcular, a través de Pitágoras, ciertas medidas desconocidas, asociadas a las figuras.

Determinar el perímetro de la figura.



Respuesta:

Usando el teorema de Pitágoras, encontraremos el valor de x

$\boldsymbol{x^2 + 8^2 = 10^2}$

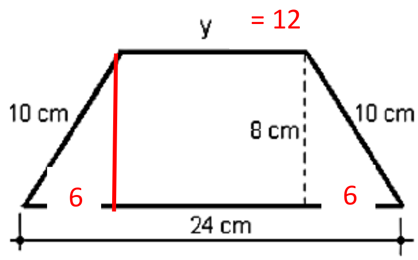
$\boldsymbol{x^2 + 64 = 100}$

$\boldsymbol{x^2 = 100 - 64}$

$\boldsymbol{x^2 = 36}$

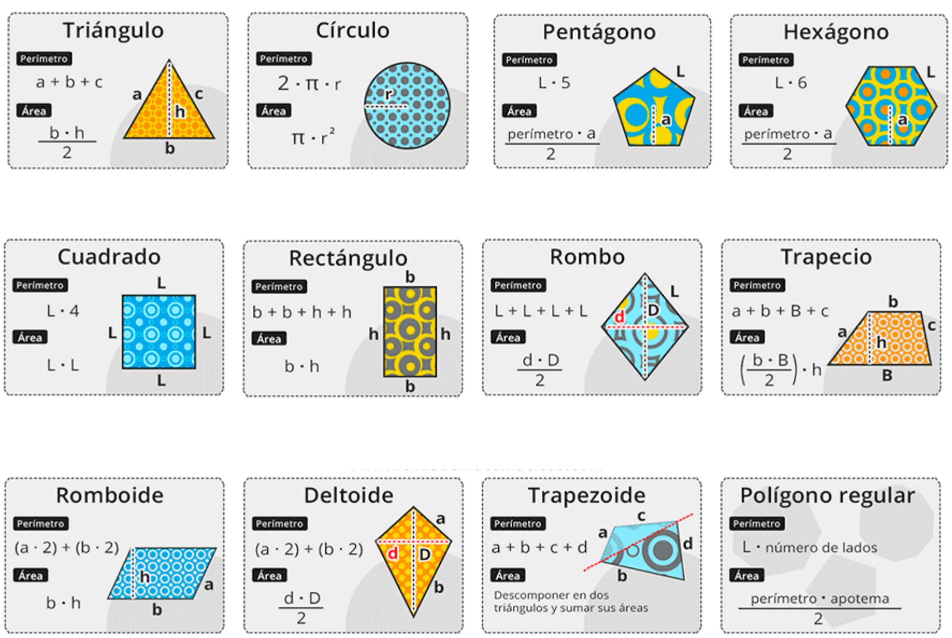
$\boldsymbol{x_1 = 6}$ $\qquad$ $\boldsymbol{x_2 = -6}$ es una medida por lo tanto no sirve un valor negativo

Entonces:



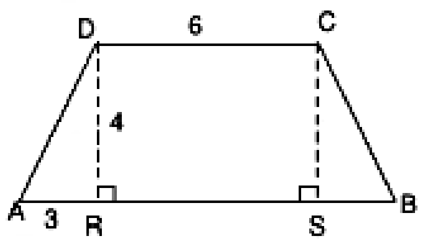
Perímetro: $\mathbf{24}\boldsymbol{cm} + \mathbf{10}\boldsymbol{cm} + \mathbf{12}\boldsymbol{cm} + \mathbf{10}\boldsymbol{cm} = \mathbf{56}\boldsymbol{cm}$

Para tener en cuenta…

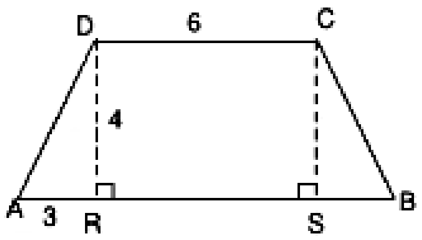


A trabajar…

1. Determina el valor del perímetro del trapecio isósceles de la figura mide:



Respuesta:



Vamos a calcular el valor de $\overline{AD}$ usando el teorema de Pitágoras.

$(\overline{AD})^2 = (4)^2 + (3)^2$

$(\overline{AD})^2 = 16 + 9$

$(\overline{AD})^2 = 25$

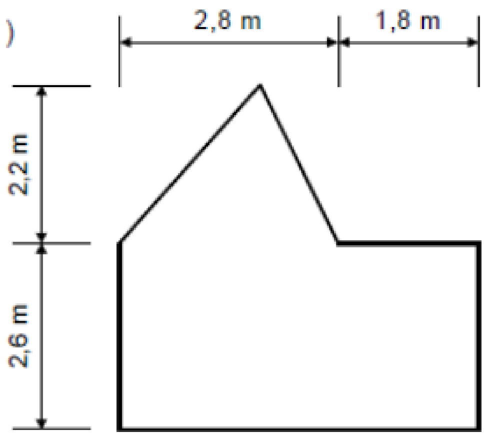
$\overline{AD} = 5$

Se sabe que: $\overline{AD} = \overline{BC} = 5$ $\quad\overline{AR} = \overline{SB} = 3$ $\quad\overline{DC} = \overline{RS} = 6$

$Perímetro = \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CB} + \overline{BS} + \overline{SR} + \overline{RA}$

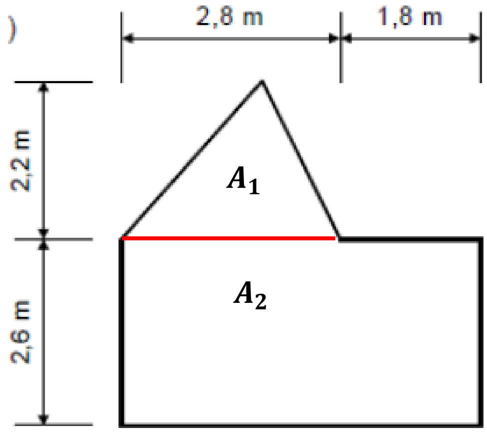
$Perímetro = 5 + 6 + 5 + 3 + 6 + 3 = 28$

2. Determina el área de la figura:



Para resolver la situación se puede dividir la figura en otras conocidas.

Respuesta:



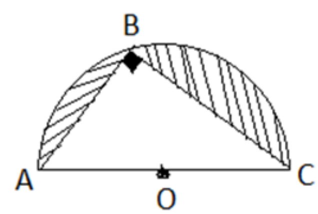
$$A_1 = \frac{2{,}8 \cdot 2{,}2}{2} = \frac{6{,}16}{2} = 3,08m^2$$

$$A_2 = (2,8 + 1,8) \cdot 2,6 = 11,96m^2$$

$$A_{total} = 3,08m^2 \; + 11,96m^2 = 15,04m^2$$

3. Determina el valor del área que se encuentra fuera del triángulo en la semicircunferencia. Se sabe que $\overline{AB} = 15cm$, $\overline{BC} = 20cm$. (Utilice π

Respuesta:



Se cumple el teorema de Pitágoras:

$$(\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2 = (\overline{AC})^2$$

$$(15)^2 + (20)^2 = (\overline{AC})^2$$

$$225 + 400 = (\overline{AC})^2$$

$$(\overline{AC})^2 = 625$$

$$\overline{AC} = 25cm$$

Entonces el radio $r = 12{,}5cm$

$$A_{Achurada} = A_{semicircunferencia} - A_{triángulo}$$

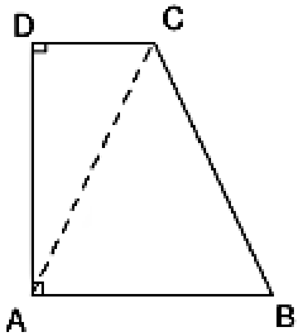
$$A_{Achurada} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} - \frac{Base \cdot Altura}{2}$$

$$A_{Achurada} = \frac{3 \cdot (12{,}5)^2}{2} - \frac{15 \cdot 20}{2}$$

$$A_{Achurada} = 243{,}375 - 150 = 84{,}375 \; cm^2$$

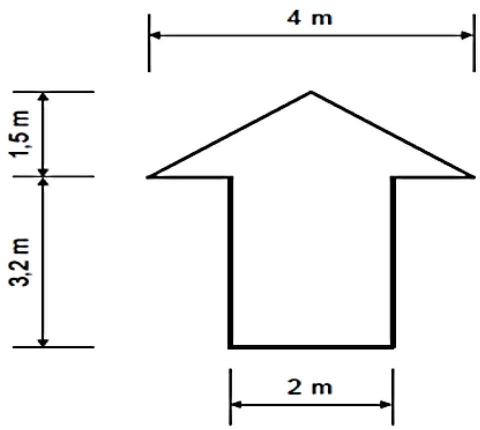
A trabajar…

1. Determine el perímetro del triángulo ABC, si se sabe que $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 10$

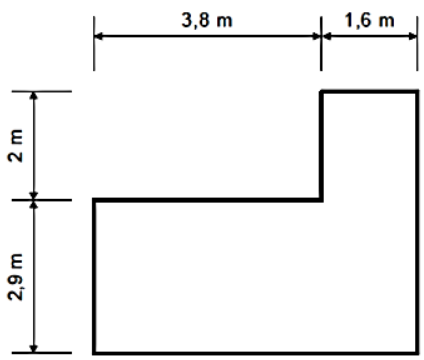


1.

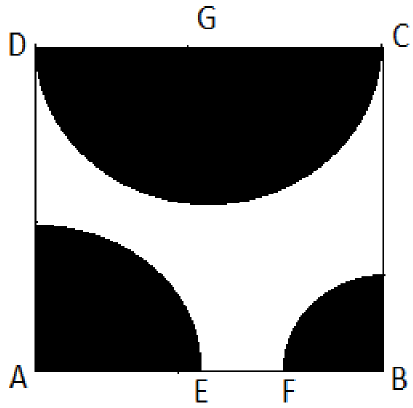
2. Determina el área y el perímetro de la figura:



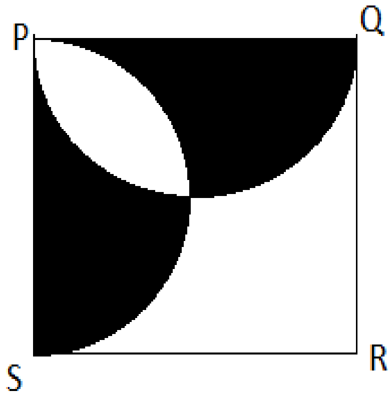
3. Determina el área y el perímetro de la figura:



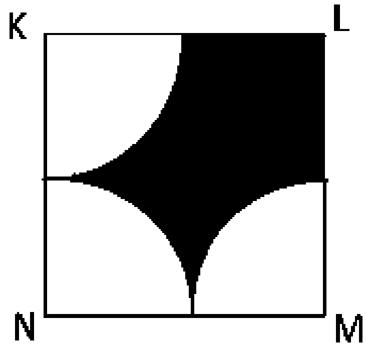
4. El cuadrilátero ABCD es un cuadrado de lado 8 cm. E es punto medio de $\overline{AB}$ y F punto medio de $\overline{EB}$. Calcular el área achurada si A, B y G son centros de los arcos de la figura.



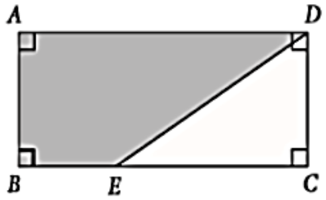
5. El cuadrilátero $PQRS$ es un cuadrado de lado $10cm$. Determina el valor de la región sombreada.



6. Determina el valor de la región sombreada, sabiendo que $KLMN$ es un cuadrada de área de $64cm^2$.



7. El rectángulo $ABCD$ tiene como medidas 12 cm de largo y 5 cm de ancho. La Medida del segmento BE es de 4 cm. Determine el área de la región sombreada $ABED$



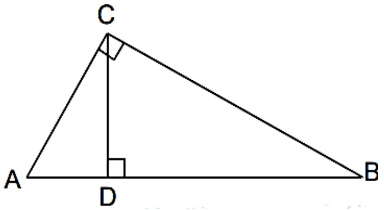
Completa tu ticket de salida

1. El área de un rectángulo de 8 cm de largo y su diagonal mide 10 cm es:

   a) $80cm^2$
   b) $24cm^2$
   c) $30cm^2$
   d) $48cm^2$

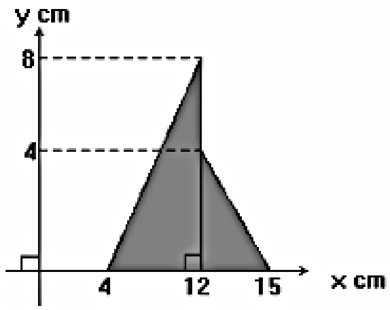
2. En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura 12, BC = 5 cm y BD = 4 cm. El valor del área del triángulo es :

   a) $\frac{3}{8}cm^2$
   b) $\frac{75}{8}\ cm^2$
   c) $\frac{15}{4}cm^2$
   d) $\frac{75}{4}\ cm^2$



3. El área de la siguiente figura es:

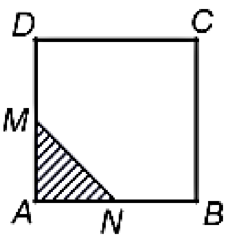
   a) $14cm^2$
   b) $38cm^2$
   c) $56cm^2$
   d) $76cm^2$



4. El valor del perímetro de un cuadrado si el radio de la circunferencia circunscrita a él es $4\sqrt{2}$, es:

   a) $12\ cm$
   b) $16\sqrt{2}\ cm$
   c) $32\ cm$
   d) $32\sqrt{2}\ cm$

5. Si se sabe que ABCD es un cuadrado de lado "a", M y N son puntos medios de los lados AD y AB respectivamente. ¿Cuál es el área del triángulo MAN?



   a) $\frac{a^2}{2}$
   b) $\frac{a^2}{4}$
   c) $\frac{a^2}{8}$
   d) $\frac{a}{4}$

Solucionario

1. **d**
2. **b**
3. **b**
4. **d**
5. **b**