

Nivel educativo	TERCERO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	12
Objetivo de Aprendizaje	Resolución y problemas de ecuaciones de segundo grado en diversos contextos. Tablas y gráficos de la función cuadrática, considerando la variación de sus parámetros. Puntos especiales de la gráfica de la función cuadrática: vértice, ceros de la función e intersección con los ejes. Problemas que involucren la función cuadrática en diversos contextos.

“Ecuación y Función Cuadrática”

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=-qq8Vsxjr4w>

<https://www.youtube.com/watch?v=l11dQl0UrZI>

Para recordar:

Son aquellas que se pueden reducir a la forma general:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ con } a > 0$$

Para resolver esta ecuación debemos despejar la variable x :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a} \quad a \neq 0$$

$$\text{Luego, } x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a} \quad a \neq 0$$

Para la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se debe tener en cuenta:

1. Si $a = 0$, entonces la ecuación se transforma a una de primer grado $bx + c = 0$
2. Si $b = 0$, entonces la ecuación se transforma $ax^2 + c = 0$ y las soluciones nos quedan:

$$x_1 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \quad x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \quad \text{con } a \neq 0$$

3. Si $c = 0$, entonces la ecuación se transforma $ax^2 + bx = 0$ y las soluciones nos quedan:

$$x_1 = 0 \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-b}{a}$$

4. La naturaleza real o no real de la solución dependerá del valor del sub radical $\Delta = b^2 - 4ac$, que llamaremos **discriminante**.

- Si $\Delta > 0$, entonces x_1 y $x_2 \in \mathbb{R}$ y los valores de la solución son **reales y distintos**.
- Si $\Delta = 0$, entonces $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} \in \mathbb{R}$ y los valores de la solución son **reales e iguales**.
- Si $\Delta < 0$, entonces x_1 y $x_2 \notin \mathbb{R}$ y los valores de la solución **no son reales**. Luego, la solución de la ecuación en \mathbb{R} para este caso será $S = \emptyset$.

Ejemplo:

- Resolver $(x - 3)^2 - 2(x - 4)(x + 4) = -3(32 + 4x) + 3x + 109$

Solución:

$$(x - 3)^2 - 2(x - 4)(x + 4) = -3(32 + 4x) + 3x + 109$$

$$x^2 - 6x + 9 - 2(x^2 - 16) = -96 - 12x + 3x + 109$$

$$x^2 - 6x + 9 - 2x^2 + 32 = -96 - 12x + 3x + 109$$

$$x^2 - 2x^2 - 6x + 12x - 3x + 9 + 32 + 96 - 109 = 0$$

$$-x^2 + 3x + 28 = 0 \quad /(-1)$$

$$x^2 - 3x - 28 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 112}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{121}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 11}{2}$$

$$x_1 = \frac{3 + 11}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$x_2 = \frac{3 - 11}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Es decir, $S = \{7, -4\}$

- Resolver $5x^2 - 13x - 6 = 0$

Solución:

Se busca las raíces resolviendo $5x^2 - 13x - 6 = 0$

$$a = 5 \quad b = -13 \quad c = -6$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-6)}}{2 \cdot 5}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 120}}{10}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{289}}{10}$$

$$x = \frac{13 \pm 17}{10}$$

$$\text{Luego, } x_1 = \frac{13+17}{10} = 3 \quad x_2 = \frac{13-17}{10} = \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5}$$

$$S = \left\{3, \frac{-2}{5}\right\}$$

- Resolver $4x^2 - 36 = 0$

Solución:

$$4(x^2 - 9) = 0$$

$$(x^2 - 9) = 0$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$(x + 3) = 0$$

$$x = -3$$

$$(x - 3) = 0$$

$$x = 3$$

$$S = \{-3, 3\}$$

- Resolver: $2x^2 + 10x = 0$

Solución:

$$2x(x + 5) = 0$$

$$2x = 0 \quad x + 5 = 0$$

$$x = 0 \quad x = -5$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -5$$

$$S = \{0, -5\}$$

A trabajar...

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

1. $5x(x + 2) = 2x(x + 1)$

2. $(x - 5)(4 + xx) = -(x - 16)$

3. $(x - 6)(2 - x) = (x + 3)^2 - (x - 2)^2$

4. $(2 + x)^2 - (3 - x)^2 + (1 + x)^2 = 0$

$$5. (x - 5)^2 - (x + 6)(x - 6) = 0$$

$$6. (3x - 1)(x + 2) - x(x - 4) = 0$$

$$7. x(x + 6) = x(5x + 6) - 100$$

$$8. x^2 + ax + b = 0$$

9. $x^2 - 25 = 7x^2 - 31$

10. $(2x - 1)(2x + 1) - (5x - 2)(5x + 2) = -18$

Completa tu ticket de salida

- Una de las raíces o solución de la ecuación $2x^2 + 17x - 9 = 0$ es -9 . El valor de la otra raíz es:
 - 2
 - $-1/2$
 - $1/2$
 - 2
- La suma de dos números es 21 y su producto es 90. El valor del número mayor es:
 - 18
 - 15
 - 9
 - 6

3. El valor de k para que la ecuación $3x^2 - 5kx - 2 = 0$ tenga una solución igual a -2 , es:
- a) 0
 - b) 1
 - c) -1
 - d) -20
4. La ecuación $6x^2 + x - 1 = 0$, tiene:
- a) Dos soluciones reales e iguales.
 - b) Dos soluciones reales distintas.
 - c) Dos soluciones no reales.
 - d) No tiene solución.
5. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene como soluciones a -2 y 3 ?
- a) $x^2 - x + 6 = 0$
 - b) $x^2 - x - 6 = 0$
 - c) $3x^2 - 3x - 12 = 0$
 - d) $-2x^2 + 2x + 12 = 0$

Solucionario

- 1. c
- 2. b
- 3. c
- 4. b
- 5. b