Nivel educativo	TERCERO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	5
Objetivo de Aprendizaje	Productos notables. Factorizaciones de expresiones algebraicas. Operatoria con expresiones algebraicas. Problemas que involucren expresiones algebraicas en diversos contextos.

"Factorización"

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=ROGt8u81FxM

Para Recordar…

Factorización de Polinomios

Para comprender la **factorización** (escribir en factores) debemos recordar:

Al realizar $3 \cdot 4 = 12$, el 3 y el 4 se llaman **FACTORES**, mientras que 12 se llama **PRODUCTO**.

En general:

$$\underbrace{a \cdot b}_{\text{Factores}} = \underset{\text{Producto}}{m}$$

Técnicas de Factorización

Ahora veremos cómo factorizar (si es posible) un polinomio dado. Según las características que presente, tendremos que tener en cuenta las siguientes técnicas de factorización.

Técnica 1: Diferecia de Cuadrados

Observemos el producto notable $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$

Se debe notar que la diferencia de cuadrados se ha expresado en dos factores, es decir sabemos factorizar la diferencia de dos cuadrados.

Ejemplos:

1) Factorizar $a^2 - 4$

Solución:

$a^2 - 4$, es la diferencia de dos cuadrados, el cuadrado de a y el cuadrado de 2.

Por el producto notable anterior sabemos que esta diferencia es igual al producto de la suma por la diferencia,

A trabajar…

- $36a^4 - 25b^2$

  es decir:

  $a^2 - 4 = (a + 2)(a - 2)$

- $9 - m^4$

- $18a^2 - 8b^6$

Técnica 2: Trinomio ordenado de la forma $x^2 + (a + b)x + ab$

Consideremos ahora $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

Factorizar un trinomio ordenado del tipo:

$$x^2 + (a + b)x + ab$$

Un término al cuadrado

La suma de los no comunes

Producto de los términos no comunes

Ejemplo:

Factorizar los siguientes trinomios ordenados

1) $x^2 - x - 2$
   Término al **cuadrado x**, buscamos dos números cuya **suma sea –1** y **su producto –2**
   Observamos que **–2 + 1** = **-1** y $(-2)\bullet 1 = -2$, luego los números buscados son: -2 y 1.
   Es decir: $x^2 - x - 2 = (x - 2) \cdot (x + 1)$

2) $n^2 + 8n + 12$
   Término común n, buscamos dos números cuya suma sea 8 y producto 12.
   Los números buscados son 2 y 6.
   $n^2 + 8n + 12 = (n + 2)(n + 6)$

A trabajar…

- $x^2 - x - 56$
- $x^2 + 5x - 36$
- $x^2 - 10x + 21$
- $x^2 - 3x - 40$
- $x^2 + 14x + 48$

Técnica 3: Trinomio cuadrado perfecto

Considerando el **cuadrado de binomio** $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$, podremos factorizar trinomios ordenado de la forma $\boldsymbol{x^2 + 2ax + a^2}$

Ejemplo:

Factorizar

1) $x^2 - 4x + 4$
   Buscamos dos términos cuyos cuadrados sean x^2 y 4, y el doble producto del primer término por el segundo término sea $-4x$, el signo - nos indica que los términos tienen diferente signo.
   Podremos elegir x y -2.
   Por lo tanto tenemos: $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

A trabajar:

- $a^2 + 10a + 25$
- $a^2 - 6a + 9$
- $a^2 - 14a + 49$

Técnicas para Factorizaciones Especiales

a) Factorización de múltiplos de trinomios

Sabemos que $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$, si nos "devolvemos" de la expresión $\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$ el factor $\boldsymbol{a}$ es común en los dos términos $\boldsymbol{ab}$ y $\boldsymbol{ac}$. Por lo tanto, podemos "extraerlo" anotando $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c})$, escribiendo así la factorización de $\boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$

Ejemplos:

Factorizar extrayendo factor común,

1) $3 + 6x$
   - Los factores de 3 son 1 y 3, los factores de $6x$ son 1, 2, 3, 6 y x.
   - Los términos tienen un solo factor común, el 3.

$$3 + 6x = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot x = 3(1 + 2x)$$

2) $4a^2b - 12ab^2 + 16ab$

   Busquemos los factores comunes:
   - Primero consideremos los números 4, 12 y 16. El factor común entre ellos es **4**.
   - Luego consideremos las potencias de a que aparecen, a^2, a, a. El factor de ellas es **a**.
   - Finalmente consideremos las potencias de b que aparecen, b, b^2, b. El factor común es **b**.
   - Concluyendo el factor común de los tres términos es: **4ab**

$$4a^2b - 12ab^2 + 16ab = 4aab - 4 \cdot 3abb + 4 \cdot 4ab = 4ab(a - 3b + 4)$$

3) $27m^3n^2 - 3m^4n^3 + 12m^3n^4$

   Busquemos los factores comunes:
   - Primero consideremos los números 27, 3 y 12. El factor común entre ellos es **3**.
   - Luego consideremos las potencias de a que aparecen, m^3, m^4, m^3.
   - El factor de ellas es $\boldsymbol{m^3}$. Finalmente consideremos las potencias de b que aparecen, n^2, n^3, n^4.
   - El factor común es $\boldsymbol{n^2}$.
   - Concluyendo el factor común de los tres términos es: $\mathbf{3m^3n^2}$

$$\begin{aligned} 27m^3n^2 - 3m^4n^3 + 12m^3n^4 &= 3 \cdot 9m^3n^2 - 3m^3mn^2n + 3 \cdot 4m^3n^2n^2 \\ &= 3m^3n^2(9 - mn + 4n^2) \end{aligned}$$

A trabajar:

- $4a^4m + 24a^3m + 36a^2m$

- $21x^5 - 15x^2m + 6x^2b$

- $3a^3m - 27b^2ma$

- $2a^3b - 6a^2b - 56ab$

Completa tu ticket de salida

1. Al factorizar $(a^2 - 4b^2)$ resulta:
   a) $(a - 2b)$
   b) $(a + 2b)$
   c) $(a - 2b)(a + 2b)$
   d) $(2b - a)(2b + a)$

2. El área de un cuadrado de lados $(a - b)$ y $(a + b)$ es
   a) $a^2 + 2ab + b^2$
   b) $a^2 - b^2$
   c) $a^2 + b^2$
   d) $a^2 - 2ab + b^2$

3. En un centro de atención primaria se deben repartir entre el equipo de especialistas la cantidad de $(n^2 + 21n + 110)$ pesos en partes iguales. Si se sabe que son $(n + 11)$ especialistas, el dinero que le corresponde a cada uno de ellos es:

   a) $n\ pesos$
   b) $(n + 11)\ pesos$
   c) $(n + 110)\ pesos$
   d) $(n + 10)\ pesos$

4. Se tiene la expresión algebraica $4am^4 - 4am^3 - 24m^2a$, podemos afirmar que:

   I. $(m - 3)$ es factor del trinomio
   II. $(m - 2)$ es factor del trinomio
   III. $4am^2$ es factor del trinomio

   a) Solo I
   b) Solo II
   c) Solo III
   d) I y III

5. El área de un cuadrado de lado $(2 - x)$ es:
   a) $(8 - 4x)$
   b) $(4 - 4x + x^2)$
   c) $(4 + x^2)$
   d) $(4 - 2x)$

Solucionario

1. c
2. b
3. d
4. d
5. b