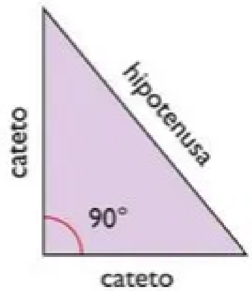
Nivel educativo	TERCERO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	13
Objetivo de Aprendizaje	Problemas que involucren el Teorema de Pitágoras en diversos contextos. Perímetro y áreas de triángulos, paralelogramos, trapecios, círculos, segmentos y sectores circulares. Problemas que involucren perímetro y áreas de triángulos, paralelogramos, trapecios, círculos, segmentos y sectores circulares en diversos contextos

"Aplicación de áreas y perímetros"

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=DBSd0IBsuak

Para recordar:

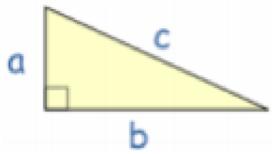
El teorema se cumple en un triángulo rectángulo, y relaciona las medidas de sus lados, asignándole nombres a cada uno.



- Los catetos, que son los lados que forman el ángulo recto.
- La hipotenusa, el lado al frente del ángulo recto.

Qué dice el teorema de Pitágoras…

- a, b ***son catetos y c es la hipotenusa***

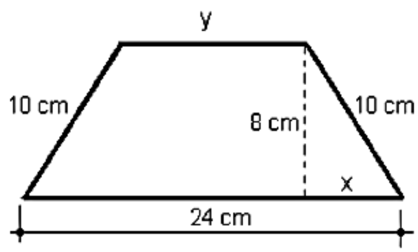


$$(cateto)^2 + (cateto)^2 = (hipotenusa)^2$$

Ejemplo 1:

Saber determinar triángulos rectángulos en distintas figuras del plano para calcular, a través de Pitágoras, ciertas medidas desconocidas, asociadas a las figuras.

Determinar el perímetro de la figura.



Respuesta:

Usando el teorema de Pitágoras, encontraremos el valor de x

$\boldsymbol{x^2 + 8^2 = 10^2}$

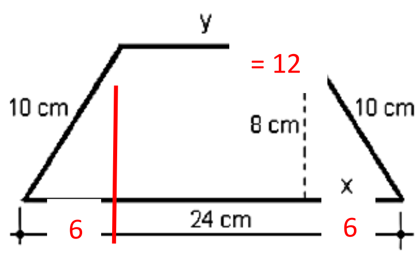
$\boldsymbol{x^2 + 64 = 100}$

$\boldsymbol{x^2 = 100 - 64}$

$\boldsymbol{x^2 = 36}$

$\boldsymbol{x_1 = 6}$ $\quad$ $\boldsymbol{x_2 = -6}$ es una medida por lo tanto no sirve un valor negativo

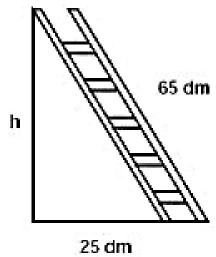
Entonces:



Perímetro: $\boldsymbol{24cm + 10cm + 12cm + 10cm = 56cm}$

Ejemplo 2:

Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. La base de la escalera está a 25 dm la pared. Determine a qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared.



Respuesta:

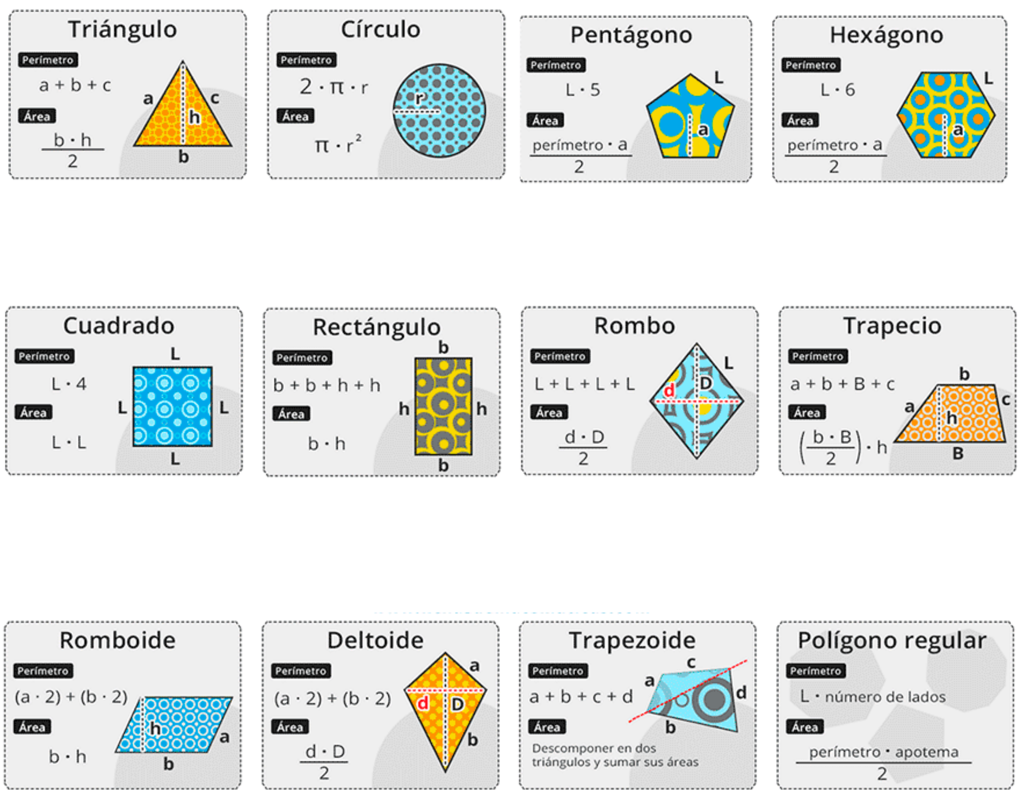
$$\boldsymbol{h^2 + 25^2 = 65^2}$$

$$\boldsymbol{h^2 + 625 = 4.225}$$

$$\boldsymbol{h^2 = 4.225 - 625}$$

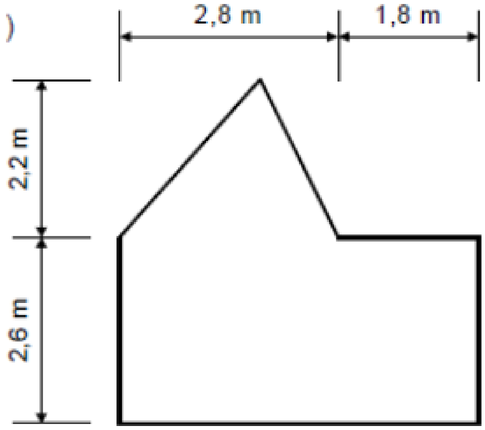
$$\boldsymbol{h^2 = 3.600 \qquad h = 60dm}$$

Para tener en cuenta…



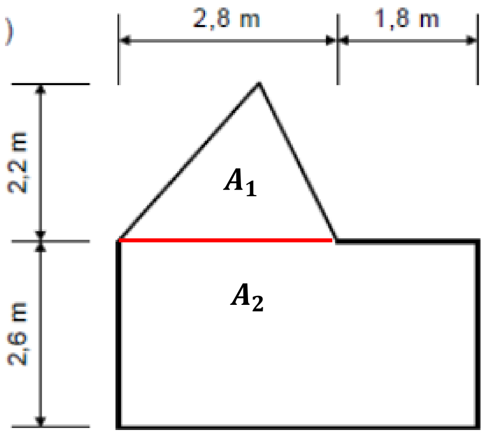
A trabajar…

1. **Determina el área de la figura:**



Para resolver la situación se puede dividir la figura en otras conocidas.

Respuesta:

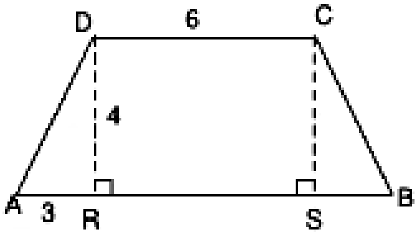


$$A_1 = \frac{2{,}8 \cdot 2{,}2}{2} = \frac{6{,}16}{2} = 3{,}08m^2$$

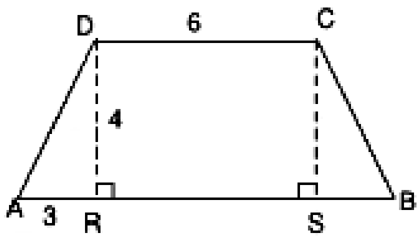
$$A_2 = (2{,}8 + 1{,}8) \cdot 2{,}6 = 11{,}96m^2$$

$$A_{total} = 3{,}08m^2 \ + 11{,}96m^2 = 15{,}04m^2$$

2. Determina el valor del perímetro del trapecio isósceles de la figura mide:



Respuesta:



Vamos a calcular el valor de $\overline{AD}$ usando el teorema de Pitágoras.

$(\overline{AD})^2 = (4)^2 + (3)^2$
$(\overline{AD})^2 = 16 + 9$
$(\overline{AD})^2 = 25$
$\overline{AD} = 5$

Se sabe que: $\overline{AD} = \overline{BC} = 5$ $\quad \overline{AR} = \overline{SB} = 3$ $\quad \overline{DC} = \overline{RS} = 6$
$Perímetro = \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CB} + \overline{BS} + \overline{SR} + \overline{RA}$
$Perímetro = 5 + 6 + 5 + 3 + 6 + 3 = 28$

3. Determina el valor del área que se encuentra fuera del triángulo en la semicircunferencia. Se sabe que $\overline{AB} = 15cm$, $\overline{BC} = 20cm$. (Utilice π)

Respuesta:

Se cumple el teorema de Pitágoras:

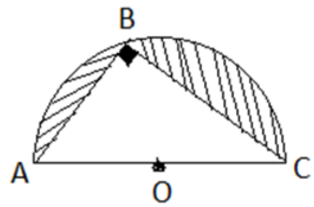
$(\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2 = (\overline{AC})^2$

$(15)^2 + (20)^2 = (\overline{AC})^2$

$225 + 400 = (\overline{AC})^2$

$(\overline{AC})^2 = 625$

$\overline{AC} = 25cm$



Entonces el radio $r = 12{,}5cm$

$$A_{Achurada} = A_{semicircunferencia} - A_{triángulo}$$

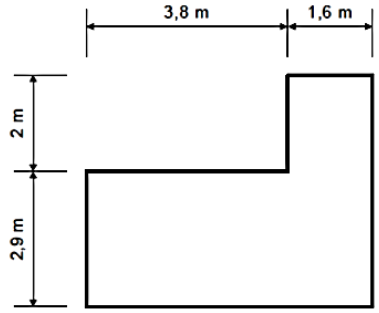
$$A_{Achurada} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} - \frac{Base \cdot Altura}{2}$$

$$A_{Achurada} = \frac{3 \cdot (12{,}5)^2}{2} - \frac{15 \cdot 20}{2}$$

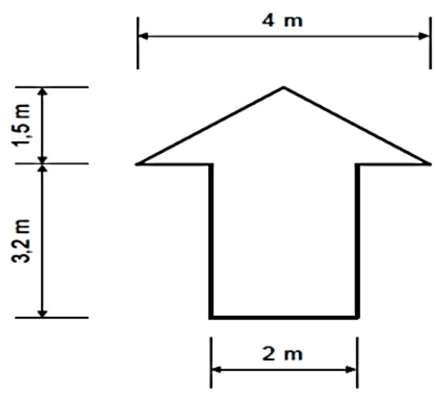
$$A_{Achurada} = 243{,}375 - 150 = 84{,}375\ cm^2$$

A trabajar…

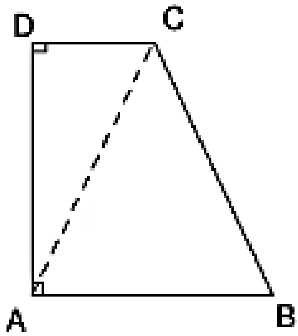
1. **Determina el área y el perímetro de la figura:**



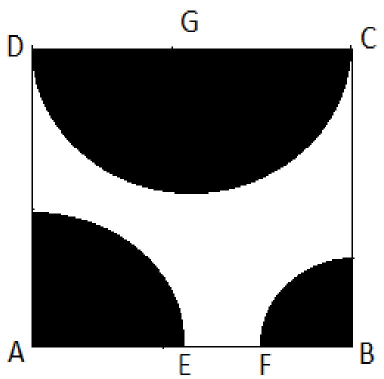
2. **Determina el área y el perímetro de la figura:**



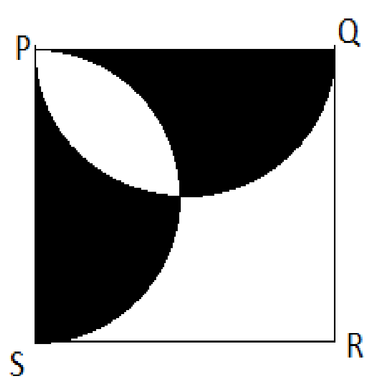
3. **Determine el perímetro del triángulo ABC, si se sabe que $\overline{AD} = 6$, $\overline{AB} = 12, \overline{BC} = 10$**



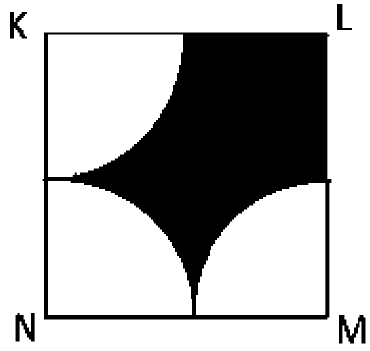
4. El cuadrilátero ABCD es un cuadrado de lado 8 cm. E es punto medio de $\overline{AB}$ y F punto medio de $\overline{EB}$. Calcular el área achurada si A, B y G son centros de los arcos de la figura.



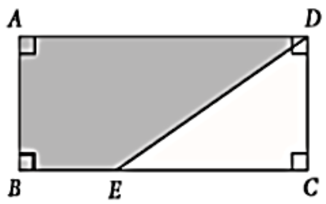
5. El cuadrilátero $PQRS$ es un cuadrado de lado $10cm$. Determina el valor de la región sombreada.



6. Determina el valor de la región sombreada, sabiendo que $KLMN$ es una cuadrada de área de $64cm^2$.



7. El rectángulo $ABCD$ tiene como medidas 12 cm de largo y 5 cm de ancho. La Medida del segmento BE es de 4 cm. Determine el área de la región sombreada $ABED$



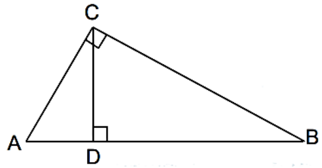
Completa tu ticket de salida

1. Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta para TODOS los paralelogramos:

   a) Si sus ángulos son rectos es un cuadrado.
   b) Los ángulos consecutivos son complementarios.
   c) Las diagonales son bisectrices.
   d) Los ángulos opuestos son congruentes.

2. En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura 12, BC = 5 cm y BD = 4 cm. La medida de segmento AD es:

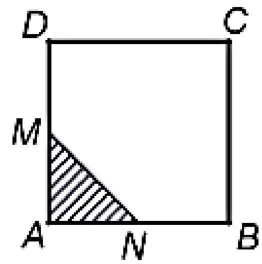
   a) 3/2cm
   b) 9/4cm
   c) 3/4cm
   d) 4cm



3. ¿Cuál es el área de un rectángulo de 8 cm de largo si su diagonal mide 10 cm.?

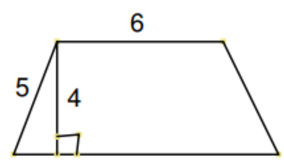
   a) $80cm^2$
   b) $24cm^2$
   c) $30cm^2$
   d) $48cm^2$

4. Si se sabe que ABCD es un cuadrado de lado “a”, M y N son puntos medios de los lados AD y AB respectivamente. ¿Cuál es el área del triángulo MAN?



   a) $\frac{a^2}{2}$
   b) $\frac{a^2}{4}$
   c) $\frac{a^2}{8}$
   d) $\frac{a}{4}$

5. ¿Cuál es el área del trapecio de la figura?



   a) $24\ cm^2$
   b) $72\ cm^2$
   c) $36\ cm^2$
   d) $68\ cm^2$

Solucionario

1. **d**
2. **b**
3. **b**
4. **c**
5. **b**