Nivel educativo	TERCERO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	11
Objetivo de Aprendizaje	Resolución y problemas de ecuaciones de segundo grado en diversos contextos. Tablas y gráficos de la función cuadrática, considerando la variación de sus parámetros. Puntos especiales de la gráfica de la función cuadrática: vértice, ceros de la función e intersección con los ejes. Problemas que involucren la función cuadrática en diversos contextos.

"Ecuación y Función Cuadrática"

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=-qq8Vsxjr4w
https://www.youtube.com/watch?v=l11dQl0UrZI

Para recordar:

Son aquellas que se pueden reducir a la forma general:

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}\text{ , con }\boldsymbol{a > 0}$$

Para resolver esta ecuación debemos despejar la variable ***x:***

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2 \cdot a} \qquad a \neq 0$$

Luego, $\boldsymbol{x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2 \cdot a}} \qquad \boldsymbol{x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2 \cdot a}} \qquad \boldsymbol{a \neq 0}$

Para la ecuación $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ se debe tener en cuenta:

1. Si $\boldsymbol{a = 0}$, entonces la ecuación se transforma a una de primer grado $\boldsymbol{bx + c = 0}$

2. Si $\boldsymbol{b = 0,}$ entonces la ecuación se transforma $\boldsymbol{ax^2 + c = 0}$ y las soluciones nos quedan:

$$x_1 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \qquad x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \quad con\ a \neq 0$$

3. Si $\boldsymbol{c = 0}$, entonces la ecuación se transforma $\boldsymbol{ax^2 + bx = 0}$ y las soluciones nos quedan:

$$x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{-b}{a}$$

4. La naturaleza real o no real de la solución dependerá del valor del sub radical **Δ = b² – 4ac**, que llamaremos **discriminante.**

   a) Si $\Delta > 0$ **,** entonces $\boldsymbol{x_1 \quad y \quad x_2} \in \mathbb{R}$ y los valores de la solución son **reales y distintos**.

   b) Si $\Delta = 0$**,** entonces $\boldsymbol{x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}} \in \mathbb{R}$ y los valores de la solución son **reales e iguales**.

   c) Si $\Delta < 0$**,** entonces $\boldsymbol{x_1 \quad y \quad x_2} \notin \mathbb{R}$ y los valores de la solución **no son reales**. Luego, la solución de la ecuación en $\mathbb{R}$ para este caso será **S =** $\varnothing$.

Ejemplo:

- Resolver $(2x-3)^2 - (x-4)(x+4) = 3(13-10x) - x$

  Solución:

  $4x^2 - 12x + 9 - (x^2 - 16) = 3(13 - 10x) - x$

  $3x^2 + 19x - 14 = 0$

  $x = \dfrac{-19 \pm \sqrt{361+168}}{6} = \dfrac{-19 \pm 23}{6}$

  Luego, $x_1 = \dfrac{2}{3}$; $\qquad x_2 = -7$

  $S_E = \{\dfrac{2}{3}, -7\}$

- Resolver $5x^2 - 13x - 6 = 0$

  Solución:

  Se busca las raíces resolviendo $5x^2 - 13x - 6 = 0$

  $a = 5 \;\; b = -13 \;\; c = -6$

  $$x = \frac{13 \pm \sqrt{169+120}}{10} = \frac{13 \pm 17}{10}$$

  Luego, $\mathbf{x_1 = -\frac{2}{5}}$; $\mathbf{x_2 = 3}$

- Resolver $2x^2 - 8 = 0$

  Solución:

  $2(x^2 - 4) = 0$
  $(x^2 - 4) = 0$
  $(x + 2)(x - 2) = 0$
  $x + 2 = 0 \qquad x - 2 = 0$
  $x = -2 \qquad x = 2$

- Resolver: $x^2 + 4x = 0$

  Solución:

  $x\,(x + 4) = 0$
  $x = 0 \qquad x + 4 = 0$
  $x = 0 \qquad x = -4$
  $x_1 = 0 \qquad x_2 = -4$

A trabajar…

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

1. $x(x+5) - 3 = 2x(x-6)$

2. $5x^2 + 15 = 2x^2 + 207$

3. $x(x+6) = x(5x+6) - 100$

4. $x^2 - 25 = 7x^2 - 31$

5. $(x-5)(x+4) = -x + 16$

6. $(2x-1)(2x+1) - (5x-2)(5x+2) = -18$

7. $3(x-1)^2 = x(x-6)+35$

8. $(x-6)^2 + (x-8)^2 = (x+10)^2$

9. $\dfrac{3x+5}{x-3} = \dfrac{4x+5}{2x-3}$

10. $\dfrac{2(x^2-1)}{3} + \dfrac{2(x^2+1)}{2} = \dfrac{12x+1}{3}$

Completa tu ticket de salida

1. Cuál es el producto de las soluciones (o raíces) de la ecuación $5x^2 - 6x + 1 = 0$

    a) -3/5
    b) -1/5
    c) 1/5
    d) 3/5

2. La suma de las soluciones de la ecuación $x^2 = 64$ es:

    a) 64
    b) 16
    c) 8
    d) 0

3. El valor de k para que la ecuación $3x^2 - 5kx - 2 = 0$ tenga una solución igual a -2, es:

    a) 0
    b) 1
    c) -1
    d) -20

4. La ecuación $12x^2 - 4x + 7 = 0$, tiene:

    a) Dos soluciones reales e iguales.
    b) Dos soluciones reales distintas.
    c) Dos soluciones no reales.
    d) No tiene solución.

5. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene como soluciones a -2 y 3?

    a) $x^2 - x + 6 = 0$
    b) $x^2 - x - 6 = 0$
    c) $3x^2 - 3x - 12 = 0$
    d) $-2x^2 + 2x + 12 = 0$

Solucionario

1. c
2. d
3. c
4. c
5. b