Nivel educativo	SEGUNDO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	8
Objetivo de Aprendizaje	OA 3. Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c\ ;\ \ a\ \neq 0\ ;$ • reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas. • representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo. • determinando puntos especiales de su gráfica. • seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda

"Aplicación de la Función cuadrática"

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=pGv898tNkAM

Para recordar…

Una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene varios elementos:

- Concavidad:

Es la abertura que tiene la parábola.

Si $a > 0$, la parábola tiene sus **ramas hacia arriba.**

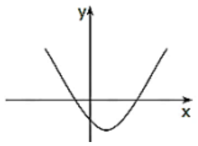


fig. B

Si $a < 0$, la parábola tiene sus **ramas hacia abajo**.

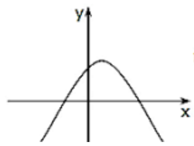
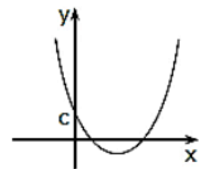


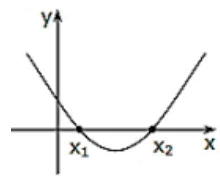
fig. C

- Los ceros o interceptos:

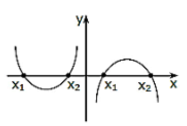
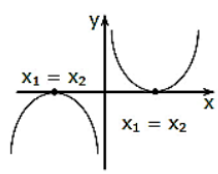
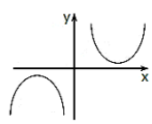
    - **Eje Y**: siempre intersecta al eje de las ordenadas en $y = 0$, es decir el punto $I = (0, c)$



    - **Eje X**: se obtienen al igualar la función a cero, es decir, $f(x) = 0$. Se obtienen valores



    - ***Discriminante:*** *la expresión* $(\boldsymbol{b})^2 - \boldsymbol{4ac}$ nos indica el número y naturaleza de las raíces y de los interceptos

Si $b^2 - 4ac > 0$	Si $b^2 - 4ac = 0$	Si $b^2 - 4ac < 0$
		
La parábola intersecta al eje X en dos puntos, por lo tanto, tiene 2 soluciones (raíces reales distintas).	La parábola es tangente al eje X, por lo tanto, tiene sus soluciones idénticas (una única solución real).	La parábola no intersecta al eje X, no tiene solución real.

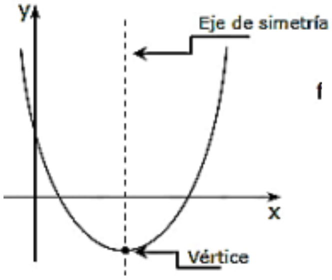
Ahora debemos resolver situaciones …

Se registraron las temperaturas en ciudades del norte de nuestro país y se dieron cuenta que se ajustan a la función $T(x) = -x^2 + 24x - 106$, donde T es la temperatura en grados Celsius (°C) y x representa la hora del día del registro de la temperatura.

- A qué hora se registró la temperatura máxima.
- Cuál es la temperatura máxima alcanzada.

Para resolver la situación debes ver lo siguiente:

El vértice de la parábola, indica el valor **más alto** cuando el coeficiente de $a > 0$, o el **mínimo** cuando el coeficiente de $a < 0$.



$$V = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

Resolvamos nuestro problema

Desarrollo:

a) La función $T(x) = -x^2 + 24x - 106$, tiene como coeficiente a=-1, lo que indica que la parábola abre hacia abajo, por lo tanto, tendríamos que el vértice corresponde al máximo.

Para determinar el máximo utilizaremos las coordenadas del vertice $V = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

Primero debemos calcular en qué momento ocurrió este máximo, por lo que encontraremos el valor de x para este caso:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{24}{2(-1)} = 12$$

Respuesta: A las 12:00 hrs se registró la máxima temperatura.

b) Como se tiene la hora en que la temperatura fue máxima, podemos determinar cuál fue la temperatura máxima con $y = T\left(-\frac{b}{2a}\right)$, es decir, reemplazamos x=12 en la función original:

$$y = T(12) = -12^2 + 24(12) - 106$$
$$T(12) = 38$$

Respuesta: La temperatura máxima a las 12 del día fue de 38ºC

A trabajar…

- Uno de los temas actuales es el costo de la bencina. La distancia en kilómetros que una moto puede recorrer por litro de bencina a una velocidad v expresada en $\frac{km}{h}$, se representa por la función $K(v) = -\frac{v^2}{250} + 0{,}8v$
  - Cuál es la velocidad que minimiza el rendimiento de la moto.
  - Cuál es la distancia máxima que se puede recorrer con un litro de bencina.

- En la casa de la construcción, el costo de la madera a utilizar (en cientos de pesos) por unidad al producir x casas prefabricadas está dado por la función $C(x) = x^2 - 180x + 20.000$.
  - Cuál es la cantidad de casas prefabricadas que minimizan el costo en madera por unidad.
  - Cuánto es el costo mínimo de madera a utilizar.

Completa tu ticket de salida

Con la siguiente situación, responde 1 y 2.
En una empresa agrícola, la utilidad (en miles de dólares) al vender x repuestos para tractores agrícolas está dada por la función $U(x) = -6x^2 + 132x$.

1. La cantidad de repuestos que se deben vender para obtener la máxima utilidad es:

    a) 6 repuestos.
    b) 10 repuestos.
    c) 11 repuestos.
    d) 12 repuestos.

2. La utilidad máxima es de:

    a) 720.000 dólares.
    b) 726.000 dólares.
    c) 1.270.080 dólares
    d) 1.420.000 dólares

3. En una ciudad turística del sur, el número de personas se modela con la función $f(t) = t^2 + 72t + 12.480$, donde la variable t representa el año. El número de habitantes en el tercer año es:

    a) 12.705
    b) 12.702
    c) 12.699
    d) 12.561

4. La función $f(x) = -x^2 + 10$ tiene su mayor valor en:

    a) -15
    b) -2,5
    c) 0
    d) 10

5. En la función $f(x) = 4x^2 - 8x + 7$, el vértice de la parábola es:

   a) $(2,7)$
   b) $(1,-11)$
   c) $(-1,5)$
   d) $(-2,39)$

Solucionario

1. c
2. b
3. a
4. c
5. b