Nivel educativo	SEGUNDO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	2
Objetivo de Aprendizaje	OA 2. Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos: • comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica • convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa • describiendo la relación entre potencias y logaritmos • resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas

"POTENCIAS Y RAICES"

Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=9xwJLjHhQ2g

A pensar...

¿Qué pasará si la potencia es $(9)^{\frac{1}{2}}$?

¿La puedes resolver aplicando las propiedades de las potencias?

Anota tus cálculos...

Presentación de la relación entre las potencias y las raíces:

La **raíz enésima** de un número real *a* se escribe $\sqrt[n]{a}$, con *n* un número natural mayor que 1, corresponde al número *b* que cumple con $\sqrt[n]{a} = b$ donde $b^n = a$.

Índice → $\sqrt[n]{a}$ ← *Cantidad subradical*

Por ejemplo:

$$\sqrt[4]{81} = 3, \text{ porque } 3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

Cuando *a* es positivo se observan las siguientes situaciones para *n*:

- Cuando *n* es par: $\sqrt[n]{-a}$ no es un número real.
- Cuando *n* es impar: $\sqrt[n]{a}$ y $\sqrt[n]{-a}$ siempre son números reales.

Resolviendo nuestra situación planteada anteriormente:

$(9)^{\frac{1}{2}}$ se puede llevar a una raíz utilizando la propiedad de:

$(9)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{9^1}$ pero el índice de la raíz cuando es 2 no se coloca expresamente.

$(9)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}\ es\ 2\ porque\ 3^2\ es\ 9$

En general:

La potencia $(a)^{\frac{m}{n}}$ es equivalente a $\sqrt[n]{a^m}$

Entonces, para resolver cualquier raíz enésima, siempre nos debemos plantear la siguiente pegunta:

¿Qué número elevado al índice da como resultado la cantidad sub-radical?

Ejemplos:

¿$\sqrt[3]{64} = ?$

¿Qué número elevado a **3** da como resultado **64**?

Respuesta: **4**, porque $(4)^3 = 64$

¿$\sqrt{121} = ?$

¿Qué número elevado a **2** da como resultado **121**?

Respuesta: **11**, porque $(11)^2 = 121$

Propiedades:

Si $\sqrt[n]{a}$ y $\sqrt[n]{b} \in \mathbb{R}$, entonces se cumplen las siguientes propiedades para la multiplicación y división:

- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ Ejemplo: $\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$
- $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ Ejemplo: $\sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{10^2} = 3 \cdot 10 = 30$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ Ejemplo: $\sqrt[4]{\frac{32}{81}} = \sqrt[4]{\frac{2^5}{3^4}} = \frac{\sqrt[4]{2^4 \cdot 2}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{\sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{2 \cdot \sqrt[4]{2}}{3}$

Además, para p y $q \in \mathbb{N}$, se cumple que:

- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$ Ejemplo: $\left(\sqrt[3]{10}\right)^4 = \sqrt[3]{10^4} = \sqrt[3]{10^3} \cdot \sqrt[3]{10} = 10 \cdot \sqrt[3]{10}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a}$ Ejemplo: $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$

A trabajar…

1.-

Calculen las siguientes raíces enésimas:

a. $\sqrt[3]{27}$
b. $\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$
c. $\sqrt[3]{216}$
d. $\sqrt[3]{-216}$
e. $\sqrt[3]{125}$
f. $\sqrt[3]{-729}$
g. $\sqrt[4]{81}$
h. $\sqrt[4]{256}$
i. $\sqrt[5]{243}$
j. $\sqrt[6]{64}$
k. $\sqrt[7]{2187}$
l. $\sqrt[7]{\frac{128}{2187}}$
m. $\sqrt[7]{-1}$
n. $\sqrt[5]{32}$
o. $\sqrt[6]{729}$
p. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$
q. $\sqrt[6]{15625}$
r. $\sqrt[4]{\frac{81}{4096}}$
s. $\sqrt[4]{0,0625}$
t. $\sqrt[8]{100000000}$

◆ ¿Qué relación existe entre $\sqrt[3]{64}$ y $\sqrt[3]{-64}$?

2.-

Escribe cada potencia como una raíz.

a. $6^{\frac{1}{5}}$
b. $24^{\frac{5}{9}}$
c. $5^{\frac{5}{2}}$
d. $\left(\frac{1}{6}\right)^{1,3}$
e. $101^{\frac{3}{n}}$
f. $(-4)^{\frac{4}{5}}$
g. $16^{0,4}$
h. $3^{-2,5}$
i. $\left(\frac{25}{16}\right)^{\frac{2}{5}}$

Completa tu ticket de salida

1. El valor de la expresión $\sqrt{81}$ es:

   a) 4
   b) 3
   c) 9
   d) 6

2. Si $a = \sqrt{4}\, y\ b = \sqrt{16}$ entonces el valor de $a + b$ es:

   a) $\sqrt{20}$
   b) 6
   c) 8
   d) 5

3. La representación de valor de $5^{\frac{1}{3}}$ es igual a:

   a) $\sqrt[3]{5}$
   b) $\sqrt[5]{3}$
   c) $\sqrt[3]{1}$
   d) $\sqrt[5]{1}$

4. El valor de $\sqrt[4]{81}$ es igual a:
   a) 4
   b) 9
   c) 6
   d) 3

5. Se sabe que $a = \sqrt[3]{27},\ b = \sqrt[4]{16}$ entonces el valor de $(a \cdot b)^2$ es igual a:

   a) 6
   b) 12
   c) 36
   d) 24

Solucionario

1. b
2. b
3. a
4. d
5. c