

Nivel educativo	SEGUNDO MEDIO
Asignatura	MATEMÁTICA
N° de Ficha	10
Objetivo de Aprendizaje	<p>OA 8. Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos</li> <li>• explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo</li> <li>• aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados</li> <li>• resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas</li> </ul>

## “Triángulos semejantes”

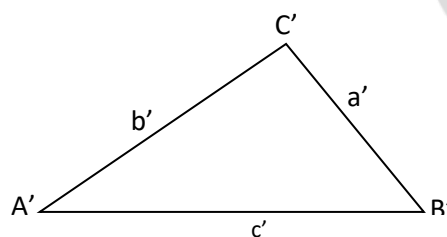
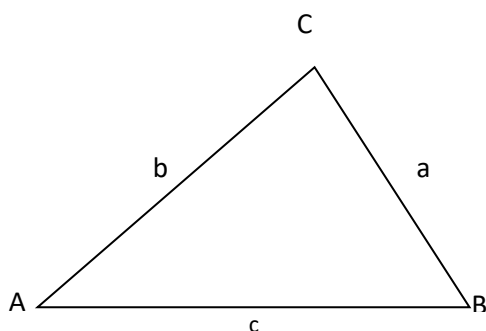
Para empezar, te invitamos a ver el siguiente video:

<https://www.youtube.com/watch?v=1QaGNAIZZJs>

### Para comenzar...

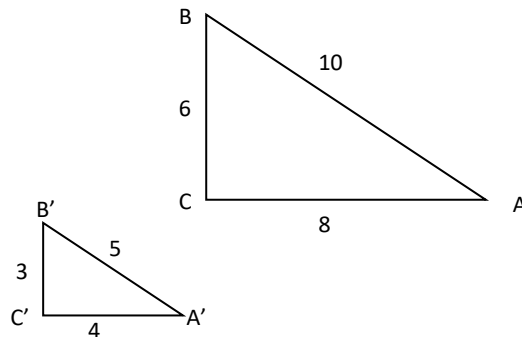
La **semejanza** de dos triángulos es cuando tienen los ángulos iguales y los lados proporcionales.

El **triángulo rectángulo** es aquel que tiene un ángulo interior recto ( $90^\circ$ ). Su lado mayor, siempre opuesto al ángulo recto, recibe el nombre de hipotenusa, y sus otros dos lados reciben el nombre de catetos. En la ilustración podemos ver que a y b son los catetos mientras que c es su hipotenusa.



Ejemplo:

Los triángulos siguientes son semejantes:



Tenemos que:

$$\angle A = \angle A' ; \angle B = \angle B' ; \angle C = \angle C'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = 2$$

Postulado: en el triángulo ABC

Si  $\overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$ , entonces:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

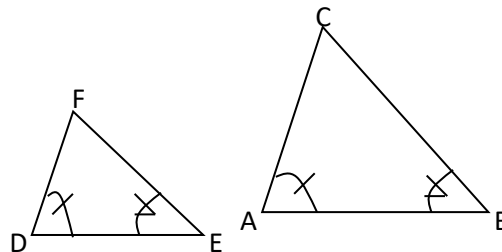
### CRITERIO ángulo - ángulo ( A - A )

Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de un segundo triángulo, entonces estos dos triángulos son semejantes.

Es decir, en los triángulos ABC y

DEF:  $\angle A = \angle D$  y  $\angle B = \angle E$

Entonces  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

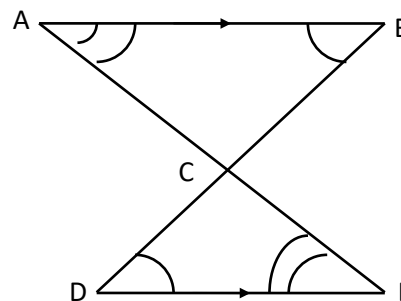


Ejemplo:

Según la figura, si  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ,

¿ es  $\triangle ABC \sim \triangle DCE$  ?

Si  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ , entonces  $\angle D = \angle B$   
(alternos internos entre paralelas)

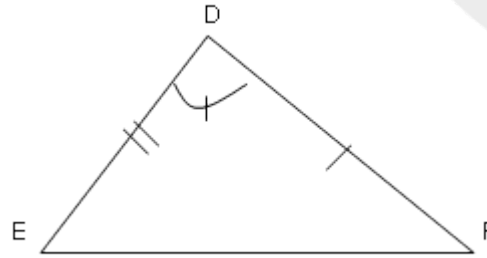
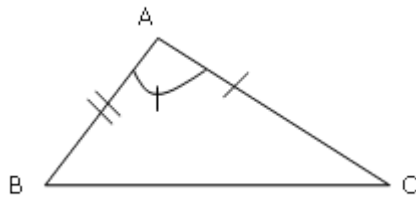


y  $\angle E = \angle A$  (alternos internos entre paralelas)

por lo tanto :  $\triangle ABC \sim \triangle DCE$

### CRITERIO lado - ángulo - lado ( L . A . L )

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y congruentes el ángulo comprendido entre ellos



Es decir, en los triángulos ABC y DEF

Si  $\angle A = \angle D$  y  $\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$  Entonces

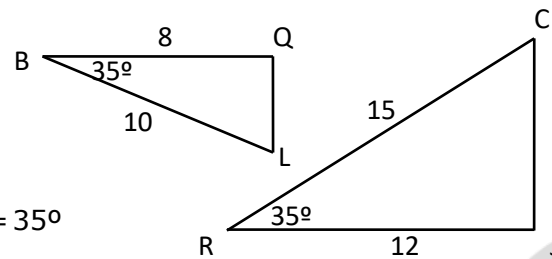
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

### Ejemplo:

¿Son semejantes los triángulos?

como  $\frac{15}{10} = \frac{12}{8}$  y además  $\angle R = \angle B = 35^\circ$

entonces  $\triangle CRJ \sim \triangle LBQ$



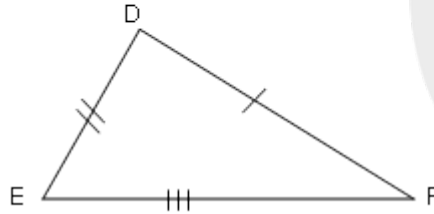
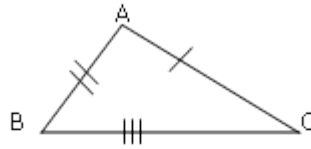
### CRITERIO lado - lado - lado (L . L . L .)

Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados respectivamente proporcionales.

Es decir, en los triángulos ABC y DEF:

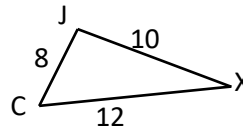
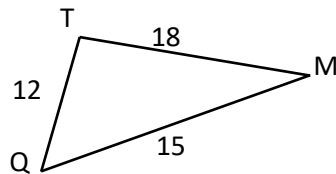
$$\text{Si } \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$$

Entonces  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



### **Ejemplo**

¿Son semejantes los triángulos TMQ y CJX?



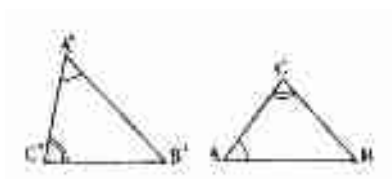
como  $\frac{18}{12} = \frac{12}{8} = \frac{15}{10}$

entonces  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



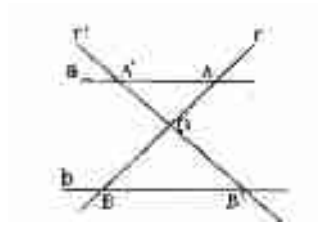
### A trabajar...

- Los lados de un triángulo miden 24 m., 18m. y 36 m., respectivamente. Si los lados de otro triángulo miden 12m., 16 m. y 24 m., respectivamente. Determina si son o no semejantes, justificando tu respuesta.
- Si los triángulos ABC y A'B'C' tienen iguales los ángulos marcados del mismo modo, establece la proporcionalidad de sus lados.

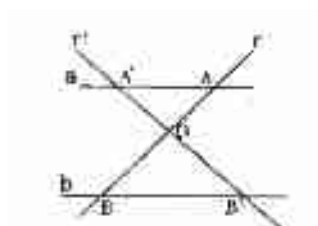


- Los lados de un triángulo miden 36 m., 42 m. y 54 m., respectivamente. Si en un triángulo semejante a éste, el lado homólogo del primero mide 24 m., hallar los otros dos lados de este triángulo.
- La razón de semejanza del triángulo ABC con el triángulo A'B'C' es 3:4. Si los lados del primero son 18, 21 y 30, determina los lados del segundo.

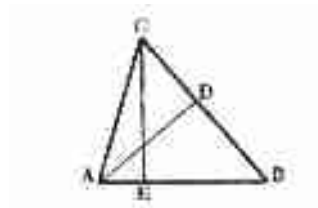
- Si  $a \parallel b$ ,  $r$  y  $r'$  secantes que se cortan en  $O$ . Demuestra que  $\triangle OAA' \sim \triangle OBB'$ .



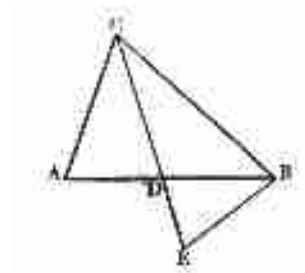
- Si  $a \parallel b$ ,  $r$  y  $r'$  secantes que se cortan en  $O$  y  $OA = 8$  cm.,  $OB = 12$  cm.,  $AA' = 10$  cm.,  $A'B' = 15$  cm. Determina  $OB'$  y  $BB'$ .



- En el  $\triangle ABC$ ,  $AD \perp BC$  y  $CE \perp AB$ . Demostrar que  $CE \cdot AB = AD \cdot BC$

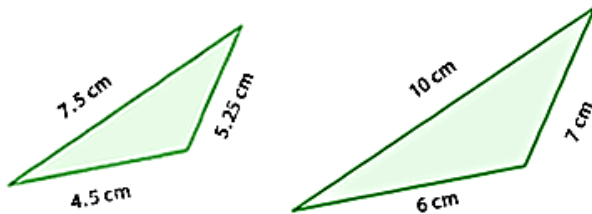


- Si en el  $\triangle ABC$ ,  $CD$  es la bisectriz del  $\angle ACB$  y  $\angle ABE \cong \angle ACD$ , demostrar que  $\triangle ACD \sim \triangle DBE$  y que  $\triangle ADC \sim \triangle CEB$ .



## Completa tu ticket de salida

1. Los siguientes triángulos son semejantes por:

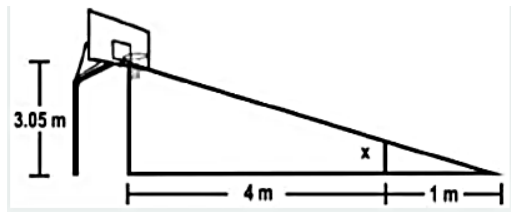


- I. Sus unidades están en centímetros.
- II. Sus lados correspondientes son proporcionales.
- III. Sus ángulos son congruentes.

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) II y III

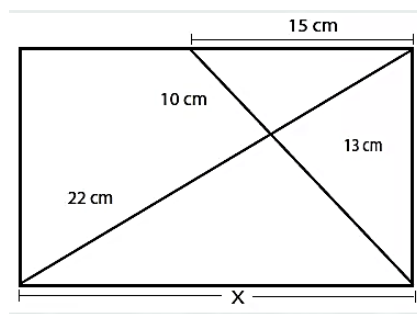
2. La figura muestra dos triángulos semejantes, el valor de la distancia  $x$  es:

- a) 0,61 m
- b) 1,63 m
- c) 0,76 m
- d) 1,31 m



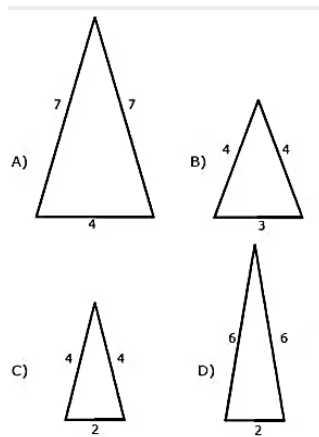
3. La siguiente gráfica representa el marco de una ventana, reforzada con varillas que forman triángulos semejantes. El valor de la base de la ventana es:

- a) 28,6 cm
- b) 25,3 cm
- c) 19 cm
- d) 33 cm



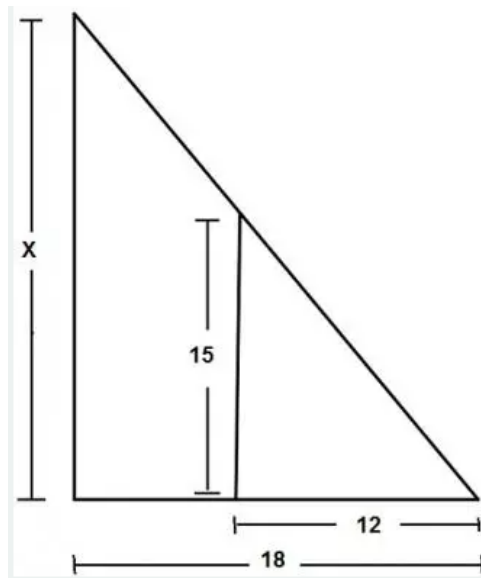
4. Cuál de los siguientes triángulos es semejante a un triángulo isósceles con dos lados de tamaño 12 y el otro de tamaño 6 es:

- a) Opción A
- b) Opción B
- c) Opción C
- d) Opción D



5. Utilizando las propiedades de triángulos semejantes, encuentra el valor de "X"

- a) 22,5
- b) 30
- c) 20
- d) 18,2



#### Solucionario

- 1. b
- 2. a
- 3. d
- 4. c
- 5. a